

Doi: doi.org/10.70693/rwsk.v1i2.621

以“格林公式”教学为案例的思政元素挖掘探讨

何永明¹ 于晟伟^{1*} 王洪庆¹ 王亚男¹ 汪 雁¹

(¹中国消防救援学院, 北京 102202)

摘要: 高等数学不仅是理工科学生必备的基础知识, 也是跨学科研究的重要工具, 无论是物理、化学、工程学还是经济学都是不可或缺的一部分, 旨在培养学员严谨的逻辑思维能力, 并为学习其它课程奠定理论基础, 在消防救援人才培养中占据重要地位。以“格林公式”教学案例为基础, 分别从辩证唯物主义哲学思想、刻苦钻研的学术精神、严谨细致的规矩纪律意识、赴汤蹈火为消防铸盾的奉献精神等方面充分挖掘思政元素, 紧扣育人目标开展课堂教学, 并为其它基础课程的课程思政教学提供参考。

关键词: 格林公式; 课程思政; 曲线积分; 二重积分; 消防救援

一、引言

课程思政这一概念最早由上海市教育委员会于 2014 年提出并在上海本地高校进行试验, 最终取得了较好的成效。习近平总书记在 2016 年的全国高校思想政治工作会议中明确提出, “其他各门课都要守好一段渠、种好责任田, 使各类课程与思想政治理论课同向同行, 形成协同效应, 从而要‘把思想政治工作贯穿教育教学全过程, 实现全程育人、全方位育人’, 努力开创我国高等教育事业发展新局面” (详见文献^[1])。教育部 2020 年《高等学校课程思政建设指导纲要》明确指出, 要把思想政治教育贯穿于人才培养体系, 全面推进高校课程思政建设, 发挥好每门课程的育人作用, 提高高校人才培养质量 (详见文献^[2])。

通过研究与数学有关的部分课程思政参考文献, 发现从事数学教育研究的同行做了大量的工作, 取得了不少数学课程思政方面的教学研究成果。这些成果大致可以分为三种。第一种是以数学中的个别知识点作为课程思政融入点, 详细介绍课程思政的融入方法。蒋艳等^[3]以定积分的概念、可分离变量微分方程应用为例, 探讨了高等数学与思政教学的有机融合。张亚苗等^[4]以“重积分的几何应用”为例, 介绍了如何在高等数学课程教学中融入思政教育, 并给出了具体的教学分析和教学过程。田进凤^[5]以定积分的概念为例, 剖析了定积分概念中蕴含的思政元素, 并给出了在定积分的概念教学中如何实施课程思政的具体过程。第二种是从理论上进行理解和分析, 将育人目标融入数学教育中, 利用特定方法对思政元素进行分析。张雪婷^[6]以高等数学中的“极限”教学为例, 从坚定融入理念、探索融入途径、创新融入方式、拓展融入渠道、完善融入体系五个方面, 探索如何开展好高职高等数学课程思政教学。朱聿铭^[7]从高等数学教学与课程思政协同发展的必要性入手, 确定工科高等数学教学与课程思政融合目标, 拓展融合实践策略。蔡鸣晶^[8]从课程思政的内涵、融入策略及设计与实施路径等方面, 阐述对高职公共基础课课程思政的设计与实施的认识和感悟。第三种是根据教学内容精心挖掘, 提炼出可供深度融合的思政元素。庄科俊^[9]以“条件极值”典型教学案例入手, 挖掘蕴含其中的课程思政元素。

[作者简介]

[1] 何永明 (1978—), 男, 江西南昌人, 中国消防救援学院副教授。

[2] 于晟伟 (1995—), 男, 吉林长春人, 中国消防救援学院讲师, 北京航空航天大学博士研究生。

[3] 王洪庆 (1977—), 男, 黑龙江双鸭山人, 中国消防救援学院副教授。

[4] 王亚男 (1986—), 女, 河北燕郊人, 中国消防救援学院副教授。

[5] 汪雁 (1982—), 男, 云南曲靖人, 中国消防救援学院副教授。

现有的参考文献里,课程思政在高等数学教学中涉及面越来越多,只是考虑到高等数学12章内容知识面较广、授课课时较多,现有的课程思政研究内容和教学设计数量难以满足需求,有些重点内容并没有覆盖,因此需要同行们更多地研究思政融入问题,比如高等数学课程比较重要的几个公式格林公式、斯托克斯公式、高斯公式等,不仅在理论上有着重要地位,还在实际应用中有着广泛的应用,在课程思政融入上需要创意新颖的教学设计思路。

课程思政建设全面深入实施,要紧紧抓住教师队伍“主力军”,课程建设“主战场”,课堂教学“主渠道”,合理选取、恰当融入,以“盐融于水”“春风化雨”形式应用于课堂教学。高等数学不仅是理工科学生必备的基础知识,也是跨学科研究的重要工具,无论是物理、化学、工程学还是经济学都是不可或缺的一部分。格林公式是多元微积分学中的一个基本公式,是高等数学中一个至关重要的知识点和难点,在理论上和实用上都有重要作用。本文以“格林公式”内容为例,针对选定教材中提取的教学案例,充分挖掘蕴含的课程思政元素,以作同行参考。

二、辩证唯物主义哲学思想

辩证唯物主义是马克思主义的一种哲学理论,数学规律同样蕴含着辩证唯物主义哲学思想。事物都是一分为二的,包含对立统一的规律,相互联系、相互转化,推动社会向前发展(详见文献[10])。现以数学逻辑思维和基础理论为依据,培养塑造学员利用辩证唯物主义哲学思想从正反两个方面分析问题、解决问题,在学习知识的同时改造世界观、人生观和价值观。

案例1 (文献[11]中第175页)把曲线积分转化为二重积分的问题。计算曲线积分

$$I := \oint_L (2xy - x^2)dx + (x + y^2)dy$$

其中L是由抛物线 $y=x^2$ 和 $y^2=x$ 所围成的区域的正向边界曲线。该题可利用格林公式,设

$$P = 2xy - x^2, Q = x + y^2, \frac{\partial P}{\partial y} = 2x, \frac{\partial Q}{\partial x} = 1$$

则

$$I = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \iint_D (1 - 2x) dx dy = \int_0^1 (1 - 2x) dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} dy = \int_0^1 (1 - 2x)(\sqrt{x} - x^2) dx = \frac{1}{30}$$

其实该题也可以直接利用曲线积分的计算方法,记L1: $y=x^2$, x 从0变到1;L2: $x=y^2$, y 从1变到0;所以

$$\begin{aligned} I &= \int_{L_1} (2xy - x^2)dx + (x + y^2)dy + \int_{L_2} (2xy - x^2)dx + (x + y^2)dy \\ &= \int_0^1 [(2x^3 - x^2) + 2x(x + x^4)]dx + \int_1^0 [2y(2y^3 - y^4) + (y^2 + y^2)]dy \\ &= \int_0^1 (2x^5 + 2x^3 + x^2)dx + \int_1^0 (-2y^5 + 4y^4 + 2y^2)dy = \frac{7}{6} - \frac{17}{15} = \frac{1}{30} \end{aligned}$$

由此可见

$$\oint_L Pdx + Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$

案例2 (文献[12]中第199页)利用二重积分转化为曲线积分的问题。计算二重积分

$$\iint_D e^{-y^2} dx dy$$

其中D是由三个顶点O(0,0),A(1,1),B(0,1)所围成的三角形区域。

该题可令

$$P = 0, Q = xe^{-y^2}$$

所以

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = e^{-y^2}$$

再利用格林公式, 得

$$\iint_D e^{-y^2} dx dy = \oint_D x e^{-y^2} dy = \int_{OA} x e^{-y^2} dy = \int_0^1 y e^{-y^2} dy = \frac{1}{2}(1 - e^{-1})$$

通过以上两个教学案例, 曲线积分与二重积分可以相互转化, 反映出事物之间并不是孤立存在的, 体现了事物发展的对立统一、普遍联系的规律, 相互影响、相互制约, 在一定条件下可以相互转化。引导学员用联系的观点看待问题, 对同一问题可以从不同角度、不同方位换位思考, 开创性解决问题, 正确认识和处理人与自然、人与社会、人与人的相互关系。特别是要利用该规律深刻学习领会习近平新时代中国特色社会主义思想精髓要义, 运用正反两个方面解决遇到的困难和问题。启示学员用系统性、综合性、关联性的角度看待问题, 有助于全面准确地认识问题、分析问题、解决问题, 提高解决问题的效率和质量。同样地, 教师也要用发展的观点审视学员, 通过调动学员学习兴趣、帮助学员在学习中形成正确的方法和习惯, 逐步提高获取数学知识的能力, 从而改善学员的学习效果。在现实课堂上, 广大教师可以选取相似的案例讲解, 利用不同的曲线积分和二重积分的例题代替以上题目。

三、刻苦钻研的学术精神

刻苦钻研是科学家们在追求学术真理的过程中展现出的高贵精神, 是习近平总书记对黄大年同志先进事迹重要指示精神中“全国高校黄大年式教师团队”所蕴含的优秀品质, 也是我们广大教师潜移默化传导给学员的求学技能。

案例 3 格林公式揭示曲线积分与二重积分的关系。就像高斯公式表达了空间闭区域上的三重积分与其边界曲面上的曲面积分之间的关系、斯托克斯公式把曲面 Σ 上的曲面积分与沿着 Σ 的边界曲线上的曲线积分联系起来一样, 格林公式表达了平面闭区域上的二重积分与其边界曲线上的曲线积分之间的关系。格林公式的发现背景与电磁学的研究密切相关。在乔治·格林生活的时代, 电磁学蓬勃发展, 为研究通电线圈在磁场中受到的磁力作用, 需要计算磁力场对该线圈的做功, 这涉及到对坐标的曲线积分(详见文献[13])。考虑到计算复杂, 格林公式的提出为这类积分的计算提供了简便的方法。格林公式不仅在数学上具有重要意义, 还在物理学中有着广泛的应用。它帮助物理学家们更有效地计算电磁场中的一些问题, 推动了电磁学的发展。

通过格林公式产生的背景, 让学员对格林公式产生浓厚的兴趣, 简要介绍格林的大致情况, 格林是一位英国数学家, 属于大器晚成, 40岁才入剑桥大学本科生, 44岁大学毕业后在凯斯学院任教, 4年后去世(详见文献[13])。格林用短暂的生命为世界贡献了宝贵知识财富, 离不开他刻苦钻研、厚积薄发的学术精神, 引导教育学员努力学习、勤于思考、善于积累, 孜孜不倦地追求学术真理, 勇攀科学高峰。

案例 4 (文献[11]中第179页) 平面曲线积分与路径无关的问题。证明曲线积分

$$I := \int_{(1,2)}^{(3,4)} (6xy^2 - y^3)dx + (6x^2y - 3xy^2)dy$$

在整个 xoy 面内与路径无关, 并计算积分值。

该题中可令函数 $P=6xy^2-y^3$, $Q=6x^2y-3xy^2$ 在 xoy 面这个单连通区域内具有一阶连续偏导数, 并且

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 12xy - 3y^2 = \frac{\partial P}{\partial y}$$

因曲线积分在 xoy 面内与路径无关, 取折线积分路径 MRN, 其中 M(1,2), R(3,2), N(3,4), 则有

$$I = \int_1^3 (24x - 8)dx + \int_2^4 (54y - 9y^2)dy = 80 + 156 = 236$$

该题通过在一定情况下平面曲线积分与路径无关, 把积分路径转化为简单路径, 从而巧妙地解决计算问题。引发学员好奇心理, 引导学员掌握扎实的数学基本功, 为探索数学奥秘奠定坚实基础。教育学员通过刻苦钻研和勤奋思考, 培养强烈的学术意识和探索精神, 提高用数学模型解决实际问题的兴趣, 感知数

学的基本思维方式和解题技巧,让学员自我展示、自我鼓励、体验成功,在不断尝试中激发求知欲,感受数学之美。

四、严谨细致的规矩纪律意识

当前,全党正在开展党纪学习教育,其目的就是要强化纪律和规矩意识。没有规矩,不成方圆,数学亦是如此。在学习数学的过程中,学员们不仅仅是为了学习知识,更重要的是学会用数学预设条件,采用数学的思维方式去分析、解决客观实际问题。

案例 5 单连通区域与复连通区域划分问题。设 D 为平面区域,如果 D 内任一闭曲线所围的部分都属于 D ,则称 D 为平面单连通区域,否则称为复连通区域(详见文献[12]第 196 页)。首先让学员对格林公式的适用范围有清楚的交代,引导学员把规矩纪律放在个人成长、团结协作、社会秩序以及个人品德塑造过程中的重要位置,把规矩纪律作为人生的指南与底线,作为人生的基础,作为交往的准则,作为修身养性的关键。懂得规矩,守住规矩,才能守住人生的方向。

案例 6 逆时针方向与顺时针方向的规定。我们把单连通区域的边界曲线的逆时针方向规定为正向;把复连通区域的边界曲线中外面的闭曲线逆时针方向规定为正向,内部的闭曲线顺时针方向规定为正向(详见文献[12]第 196 页)。格林公式的学习要求学员具备严格的规矩纪律意识、严谨的数学思维。规矩是社会运行的基础,也是做人的基本准则。只有遵守规矩,我们才能与他人和谐相处,共同构建一个良好的社会秩序。守规矩就会对自然怀有敬畏之心,做人做事都必须遵循一定的规则和秩序。

五、赴汤蹈火为消铸盾的奉献精神

2018 年 11 月 9 日,习近平向国家综合性消防救援队伍授旗并致训词,代表党中央向全体消防救援人员致以热烈的祝贺并强调,组建国家综合性消防救援队伍是立足我国国情和灾害事故特点、构建新时代国家应急救援体系的重要举措,对提高防灾减灾救灾能力、维护社会公共安全、保护人民生命财产安全具有重大意义(详见文献[14])。通过学好数学基础学科,培养学员严密逻辑思维能力,教育引导学员树立为国家消防救援事业无私奉献的精神品质。

案例 7 求森林火灾中过火面积问题。设某次森林发生火灾,过火区域呈 n 边形形状,经过无人机的精确测量,该 n 边形的 n 个顶点坐标按逆时针方向依次为 $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), \dots, M_n(x_n, y_n)$,试计算此次林火的过火面积。

该题中 n 边形的正向边界 L 由有向线段 $M_1M_2, M_2M_3, \dots, M_{n-1}M_n, M_nM_1$ 组成,有向线段 M_1M_2 的参数方程为 $x=x_1+(x_2-x_1)t, y=y_1+(y_2-y_1)t, t$ 从 0 变到 1(曲线积分的换元法,以文献[15-17]为例),所以

按相同的方法可得:

$$\begin{aligned} \int_{M_1M_2} xdy - ydx &= \int_0^1 [x_1 + (x_2 - x_1)t](y_2 - y_1)dt - \int_0^1 [y_1 + (y_2 - y_1)t](x_2 - x_1)dt \\ &= \int_0^1 [x_1(y_2 - y_1) - y_1(x_2 - x_1)]dt = \int_0^1 (x_1y_2 - x_2y_1)dt = x_1y_2 - x_2y_1 \end{aligned}$$

所以,此 n 边形的面积 A 为

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \left(\int_{M_1M_2} + \int_{M_2M_3} + \dots + \int_{M_{n-1}M_n} + \int_{M_nM_1} \right) (xdy - ydx) \\ &= \frac{1}{2} \left[(x_1y_2 - x_2y_1) + (x_2y_3 - x_3y_2) + \dots + (x_{n-1}y_n - x_ny_{n-1}) + (x_ny_1 - x_1y_n) \right] \end{aligned}$$

案例 8 求林火隔离带保护面积问题。在森林灭火战术中常常采用人为设置易燃植被隔离带用以保护重要区域。某次森林发生火灾,通过消防员点烧的方式,人为制造出一条封闭的隔离带用以保护重要设施,该隔离带方程为 $x=2\cos 3t, y=2\sin 3t$ (单位: km),试计算该隔离带所保护区域的面积。

设该题中隔离带正向的参数方程中的参数 t 从 0 变到 2π , 所以

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \int_L xdy - ydx = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} 2 \cos^3 t (6 \sin^2 t \cos t) dt - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} 2 \sin^3 t (6 \cos^2 t) (-\sin t) dt \\ &= 6 \int_0^{2\pi} (\cos^4 t \sin^2 t + \sin^4 t \cos^2 t) dt = 6 \int_0^{2\pi} \sin^2 t \cos^2 t dt \\ &= 6 \int_0^{2\pi} \frac{1}{8} (1 - \cos 4t) dt = \frac{3}{2} \pi \approx 4.71 \text{ km}^2 \end{aligned}$$

森林火灾扑救是对森林火灾采取的控制和扑灭措施, 目的是使火灾造成的损失减少到最低限度, 消防安全对于保护人民生命财产安全、维护社会稳定和发展具有重要意义(详见文献[18])。在格林公式学习过程中, 可安排学员观看消防员现场灭火的视频, 以此作为切入点感受森林火灾的巨大危害, 引导学员进行思考如何构建灭火隔离带, 如何计算过火面积, 把学习格林公式与消防救援联系起来, 紧贴学员岗位履职实际。本案例将森林火灾扑救中的问题与格林公式求解有机结合, 让学员了解消防救援行业现状, 培养消防救援职业认同感和自豪感, 激发学员的爱岗敬业热情, 并意识到胜任岗位要靠知识支撑, 只有脚踏实地、认真学习, 才能在需要的时候转化为不竭动力, 从而立志为消防救援事业不懈奋斗。

六、结论

课程思政就是指在日常教学过程中融入思政元素, 其目的就是要为党育人、为国育才、为消铸盾, 培养学员的社会主义核心价值观, 提升学员的政治意识和思想道德修养。本文以高等数学课程中的“格林公式”教学案例为基础, 分别从辩证唯物主义哲学思想、刻苦钻研的学术精神、严谨细致的规矩纪律意识、赴汤蹈火为消铸盾的奉献精神等角度充分挖掘育人思政元素, 紧贴消防救援岗位实际, 使学员提高学习数学的兴趣, 让教师在教学中更好地履行立德树人根本任务, 为基础学科、基础课程的课程思政案例式教学提供参考和借鉴。

参考文献:

- [1] 全国高校思想政治工作会议 12 月 7 日至 8 日在北京召[N]. 北京: 新华社, 2016.
- [2] 教育部关于印发《高等学校课程思政建设指导纲要》的通知[N]. 北京, 2020.
- [3] 蒋艳, 钟艳, 黄爱武. 高等数学课程思政案例教学探讨[J]. 科教文汇, 2021(9): 87-89.
- [4] 张亚苗, 潘芳芳, 刘健. 《高等数学》融入课程思政的教学设计[J]. 产业与科技论坛, 2024, 18(23): 182-184.
- [5] 田进凤. 高等数学教学中课程思政的教学实施-以“定积分的概念”为例[J]. 高等数学研究, 2022, 25(6): 87-90.
- [6] 张雪婷. 探索高职高等数学课程思政教学-以“极限”教学为例[J]. 铜陵职业技术学院学报, 2022, 21(2): 25-28.
- [7] 朱聿铭. 工科高等数学教学与课程思政深度融合实践研究[J]. 佳木斯职业学院学报, 2022, 38(5): 136-138.
- [8] 蔡鸣晶. 融入课程思政的信息化教学设计-以“无穷限反常积分”为例[J]. 教育教学论坛, 2021, 8(31): 181-184.
- [9] 庄科俊. “条件极值”典型案例的课程思政元素挖掘[J]. 绵阳师范学院学报, 2025, 44(2): 25-31.
- [10] 王锐生, 薛文华《马克思主义哲学原理》[M]. 高等教育出版社.
- [11] 同济大学数学科学学院. 高等数学学习题全解指导(下册)第八版[M]. 1 版. 北京: 高等教育出版社, 2023.
- [12] 同济大学数学科学学院. 高等数学第八版(下册) [M]. 8 版. 北京: 高等教育出版社, 2023.
- [13] Cannell D. M. 《George Green: Mathematician and Physicist 1793-1841: The Background to His Life and Work》[M], SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics), ISBN: 978-0-89871-462-9.
- [14] 新华网《永远做党和人民的忠诚卫士-习近平为国家综合性消防救援队伍授旗并致训词侧记》[N]. 2018.
- [15] 宁荣健, 彭凯军. 曲线积分的换元法[J]. 大学数学, 2016, 32(04): 62-67.
- [16] 詹华税. 关于曲线和曲面积分的换元法[J]. 厦门理工学院学报, 2020, 28(05): 89-92.
- [17] 宁荣健, 周江涛. 曲面积分的换元法[J]. 大学数学, 2017, 33(02): 73-78.

[18] 《森林防火条例》 (国务院令第 541 号) [M]. 2008.

Exploration into the Exploration of Ideological and Political Elements Using the Teaching of “Green’s Formula” as a Case Study

He Yongming¹, Yu Chengwei¹, Wang Hongqing¹, Wang Yanan¹, Wang Yang¹

¹ China Fire and Rescue Institute, Beijing 102202, China

Abstract: Advanced mathematics is not only an essential foundational knowledge for science and engineering students, but also an important tool for interdisciplinary research. Whether it is physics, chemistry, engineering, or economics, it is an indispensable part, aiming to cultivate students' rigorous logical thinking ability and lay a theoretical foundation for learning other courses. It plays an important role in the cultivation of firefighting and rescue talents. Based on the teaching case of “Green’s Formula”, we fully explore ideological and political elements from the perspectives of dialectical materialism philosophy, diligent academic spirit, rigorous and meticulous discipline consciousness, and the spirit of dedication to serving as a shield against adversity. We closely adhere to the goal of educating students and carry out classroom teaching, providing reference for ideological and political teaching in other basic courses.

Keywords: Green’s formula; Course ideology and politics; Curve integration; Double integral; Fire rescue