

基于 Lotka-Volterra 模型的工程风险对进度影响研究

刘霖¹, 戴兴伟^{2,*}

1. 北京交通大学, 经济管理学院, 北京 海淀, 100044

2. 华侨大学, 土木工程学院, 福建 厦门, 361021

摘要: 在复杂工程项目建设过程中, 风险事件频发且影响深远, 其对进度控制的动态干扰是影响项目成败的关键因素之一。传统的进度管理与风险控制方法多基于线性假设, 难以有效刻画二者之间的非线性耦合关系。为此, 本文基于 Lotka-Volterra 模型, 构建了一个模拟“进度可控能力”与“风险防控能力”之间相互作用的动力系统, 旨在揭示风险对进度的周期性影响机制。通过设定不同初始条件, 分别模拟了进度可控能力大于与小于风险防控能力两种情境下的动态演化过程。仿真结果显示, 两者在系统内部存在显著的周期性波动和交替主导特征, 表现出典型的非线性反馈机制。当进度推进过快, 风险防控能力受限, 系统将因管理压力和资源瓶颈而自我调整, 进入反馈性修正周期; 反之, 当风险防控能力占优, 则在一定阶段抑制进度增长, 维持系统稳定性, 但最终仍趋向波动反馈。本研究验证了 Lotka-Volterra 模型在刻画工程项目中风险与进度动态演化机制中的有效性, 并为复杂项目中的风险响应策略与施工组织优化提供了理论支持与定量分析方法。

关键词: Lotka-Volterra 模型; 工程风险; 进度管理; 博弈分析

Dynamic Interaction Between Engineering Risks and Project Scheduling: A Lotka–Volterra-Based Approach

Liu Lin¹, Tai Hsing-Wei^{2,*}

1. School of Economics and Management, Beijing Jiaotong University, Haidian, Beijing, 100044, China

2. College of Civil Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian, 361021, China

Abstract: In the construction of complex engineering projects, risk events occur frequently and often exert profound impacts, becoming a key factor affecting project success due to their dynamic interference with schedule control. Traditional methods of schedule management and risk control are mostly based on linear assumptions, making them inadequate for effectively capturing the nonlinear coupling relationship between risk and progress. To address this limitation, this study develops a dynamic system based on the Lotka-Volterra model to simulate the interaction between schedule controllability and risk mitigation capacity, aiming to reveal the periodic influence mechanism of risk events on project progress. By setting different initial conditions, we simulate two scenarios: one in which schedule controllability is greater than risk mitigation capacity, and another in which it is weaker. Simulation results demonstrate significant periodic oscillations and alternation in dominance between the two variables within the system, indicating a typical nonlinear feedback mechanism. When schedule advancement accelerates excessively, the limited capacity for risk control leads to increased internal pressure and resource bottlenecks, triggering self-adjustment and initiating a corrective feedback cycle. Conversely, when risk mitigation dominates initially, it suppresses progress growth to maintain system stability, but the system eventually enters a feedback-driven oscillatory state. This study validates the applicability of the Lotka-Volterra model in characterizing the dynamic evolution between risk and progress in engineering projects. Furthermore, it offers theoretical support and quantitative tools for optimizing risk response strategies and construction organization in complex project environments.

Keywords: Lotka-Volterra model; Engineering risk; Schedule management; Game-theoretic analysis

在现代复杂工程项目中, 项目进度管理和风险防控始终是项目管理的两大核心要素。随着工程

规模和复杂度的不断增加,传统的进度控制方法往往面临着越来越多的挑战。尤其是在面对多变的外部环境、技术进步和管理不确定性时,单一的进度控制和风险管理工具已难以满足实际需求^[1]。近年来,如何通过系统化的方式来理解和管理工程项目中的风险和进度之间的相互作用,成为了一个亟待解决的关键问题。

工程项目的成功不仅依赖于资源的有效配置和技术的顺利实施,更与项目进度的控制息息相关。传统的项目进度管理方法,如关键路径法(CPM)和计划评审技术(PERT),能够在确定性条件下较为有效地帮助项目管理者制定进度计划并监控实施进度^[2]。然而,这些方法通常假设项目环境是相对稳定的,不考虑外部扰动或突发风险对项目进度的影响。在实际工程项目中,风险事件(如安全事故、自然灾害、政策变动等)往往是不可预测的,它们不仅可能导致项目的停工、返工和资源重配置,还会对项目的成本、质量等各个方面产生广泛的影响^[3]。

项目中的风险事件通常呈现出复杂的、非线性的反馈特征。风险一旦发生,往往会对工程进度造成深远的影响。进度的推迟或提前又可能反过来影响风险管理的效果,形成一种正负反馈机制^[4]。例如,进度的压缩可能迫使项目管理者在安全管理、质量控制等方面做出妥协,从而增加发生风险事件的概率。而一旦风险事件发生,项目进度又会受到进一步的影响,形成“风险—进度”的恶性循环。如何在这种复杂的反馈机制中找到合适的平衡点,实现进度与风险之间的动态协调,已成为工程管理领域亟待解决的重要问题^[5]。

在工程管理领域,虽然已有大量研究探讨了风险事件对项目进度的影响,但大多集中于定性分析或采用单一因素的线性建模方法。早期的研究主要依赖于概率论和统计学的方法来评估风险事件的发生概率和影响程度,这些方法较为直观,但无法全面反映风险与进度之间的复杂互动关系^[6]。随着系统动力学、博弈论等方法的发展,一些学者开始尝试引入更为复杂的建模工具来分析进度与风险的相互作用。例如,系统动力学模型能够描述风险管理中不同因素的相互反馈关系,但其在处理复杂非线性问题时仍面临较大的挑战^[7]。基于此,越来越多的研究者开始关注生态学中的Lotka-Volterra模型,这一模型因其优良的动态模拟能力和简洁的数学结构,逐渐成为分析复杂系统中种群(或因素)之间互动关系的有效工具。

本研究旨在基于Lotka-Volterra模型,探讨工程风险事件对项目进度的影响机制。具体而言,本文将建立一个描述“进度可控能力”与“风险防控能力”之间相互作用的数学模型,模拟不同初始条件下,项目风险和进度的动态演化过程,并通过仿真实验分析不同情境下系统的演化趋势。研究的核心目标为:(1)揭示工程项目中风险事件对进度的“捕食性”影响,明确进度推进与风险防控之间的非线性反馈机制;(2)探索初始条件对系统动态演化的影响,为项目管理者提供决策支持;(3)为工程项目的风险防控策略和进度控制策略的协同优化提供理论依据,并提出基于Lotka-Volterra模型的风险应对与进度管理的具体建议。

本文的创新之处在于,结合了Lotka-Volterra生态学模型与工程管理中的进度控制与风险防控问题,提供了一种新的视角和分析工具。这不仅有助于丰富工程管理领域的理论体系,也为实际项目管理提供了定量分析的基础,能够在理论与实践之间架起桥梁,推动工程项目管理水平的提升。

1 文献综述

在复杂工程项目的建设过程中,进度控制与风险管理始终是项目的核心内容。大量研究表明,风险事件一旦发生,往往会对项目进度产生“捕食性”影响,如停工、返工、资源重配置等,

进而打破原有的进度安排,造成系统性失衡。因此,构建能够动态刻画风险事件对进度影响的数学模型,成为近年来工程管理领域的重要研究方向。

1.1 工程项目进度与风险耦合关系的研究

有关工程项目进度与风险耦合关系的研究。传统的项目进度控制方法,如关键路径法(CPM)和计划评审技术(PERT),在处理确定性环境下的计划制定方面具有良好效果,但对于突发性风险事件的动态响应能力有限^[8]。为此,许多学者开始引入不确定性分析与系统动力学方法,尝试模拟风险事件对工程进度的连锁效应^[9]。例如有学者提出使用系统动力学模型来模拟项目中的反馈机制和非线性演化过程^[10];还有学者基于贝叶斯网络建立了风险传递路径模型,强调了风险在系统中的传播特征^[11]。

然而,这类方法往往更关注风险本身的演化,缺乏对“风险对进度影响机制”的动态建模,特别是“风险事件行为与进度响应之间的反馈关系”未被系统刻画。

1.2 Lotka-Volterra 模型在工程管理中的应用探索

Lotka-Volterra 模型最初用于生态学中种群之间的相互关系建模,描述捕食者与猎物之间的动态博弈过程^[12]。该模型以其结构简单、反馈明确、振荡特征明显的优势,逐渐被引入到工程管理、经济博弈、流行病传播等领域。在工程管理方面,有学者尝试将 Lotka-Volterra 模型引入工程资源冲突建模中,用以描述不同工序之间的“竞争—制约”关系^[13];另有学者基于 Lotka-Volterra 模型模拟项目中技术创新与制度风险之间的演化动态,验证了两者之间的非线性耦合特征^[14]。近期有研究开始关注 Lotka-Volterra 模型在进度与风险之间动态反馈建模的潜力^[15, 16]。该模型所反映的“一方上升、另一方下降”的负反馈机制与工程实践中“进度推进压缩风险防控空间,而风险爆发又反馈压制进度”的现象高度一致。

1.3 研究述评

尽管上述研究为 Lotka-Volterra 模型在工程管理中的应用提供了有益尝试,但大多停留在理论建模层面,缺乏对实际工程背景中风险事件对进度影响机制的深入刻画;同时,现有研究往往忽略了初始条件对系统演化趋势的影响,而这在项目启动阶段尤为关键。

因此,本文基于 Lotka-Volterra 模型,构建风险事件防控能力与进度可控能力之间的非线性耦合模型,并通过仿真实验探讨不同初始条件下二者的演化路径。该研究不仅丰富了工程进度与风险管理的理论工具箱,也为高复杂度项目的风险应对与资源配置提供了定量决策支持。

2 方法论

Lotka-Volterra 模型的起源可以追溯到 1925 年和 1926 年,分别由美国科学家 Alfred J. Lotka 和意大利数学家 Vito Volterra 独立提出。最初,这一模型应用于描述生态系统中的捕食者和猎物之间的相互作用。Lotka 首先提出了一个描述种群增长和捕食的方程,而 Volterra 则基于实验数据和理论模型发展了与之相对应的方程。

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x(t) - \beta x(t)y(t) \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = \delta x(t)y(t) - \gamma y(t) \quad (2)$$

其中 $x(t)$ 为捕食者种群数量; $y(t)$ 为猎物种群数量; α 代表捕食者的自然增长率; β 为捕食者捕食

猎物的效率； δ 为猎物被捕食转化为捕食者的比例； γ 为猎物的自然衰减率。

系统平衡点方程组详见式 (3) — 式 (5)。为了解系统的稳定性，通过雅可比矩阵对平衡点进行线性化分析。

$$\begin{aligned}\alpha x - \beta xy &= 0 \\ \delta xy - \gamma y &= 0\end{aligned}\quad (3)$$

$$x(\alpha - \beta y) = 0 \quad (4)$$

$$y(\delta x - \gamma) = 0 \quad (5)$$

系统的雅可比矩阵通过对捕食者和猎物方程进行偏微分得到，详见式 (6)。

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x}(\alpha x - \beta xy) & \frac{\partial}{\partial y}(\alpha x - \beta xy) \\ \frac{\partial}{\partial x}(\delta xy - \gamma y) & \frac{\partial}{\partial y}(\delta xy - \gamma y) \end{pmatrix} \quad (6)$$

Lotka-Volterra 模型可以扩展到多个物种之间的竞争关系。假设存在两个物种，分别为 x_1 和 x_2 ，它们共享相同的资源。此时，种群动态方程为：

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= r_1 x_1 (1 - (x_1 + \alpha_{12} x_2) / K_1) \\ \frac{dx_2}{dt} &= r_2 x_2 (1 - (x_2 + \alpha_{21} x_1) / K_2)\end{aligned}\quad (7)$$

其中， r_1 和 r_2 分别是物种 x_1 和 x_2 的自然增长率； K_1 和 K_2 是物种 x_1 和 x_2 的环境容量(资源限制)； α_{12} 和 α_{21} 是物种之间的竞争系数，分别表示物种 x_1 对物种 x_2 的竞争影响和物种 x_2 对物种 x_1 的竞争影响。

3 研究问题描述

在实际工程建设项目中，进度控制与风险防控之间存在复杂的相互作用关系。尤其在高强度推进施工进度过程中，若风险防控机制未能同步强化，极易诱发各类安全事故。一旦发生事故，往往对项目整体进度造成显著的负向冲击，例如施工中断、事故调查、返工重建等，这些都将直接导致工期延误与资源浪费，形成一种典型的“一方上升、另一方下降”的负反馈机制。具体而言，进度的强行推进可能“捕食”了本应用于风险防控的资源，而安全事故的爆发又反过来抑制了进度推进的能力，造成系统性的周期性波动与不稳定演化。

4 研究结果

在实际工程建设项目中，进度控制与风险防控之间存在复杂的相互作用关系。尤其在高强度推进施工进度过程中，若风险防控机制未能同步强化，极易诱发各类安全事故。一旦发生事故，往往对项目整体进度造成显著的负向冲击，例如施工中断、事故调查、返工重建等，这些都将直接导致工期延误与资源浪费，形成一种典型的“一方上升、另一方下降”的负反馈机制。具体而言，进度的强行推进可能“捕食”了本应用于风险防控的资源，而安全事故的爆发又反过来抑制了进度推

进的能力,造成系统性的周期性波动与不稳定演化。

4.1 初始进度可控能力大于风险事件防控能力

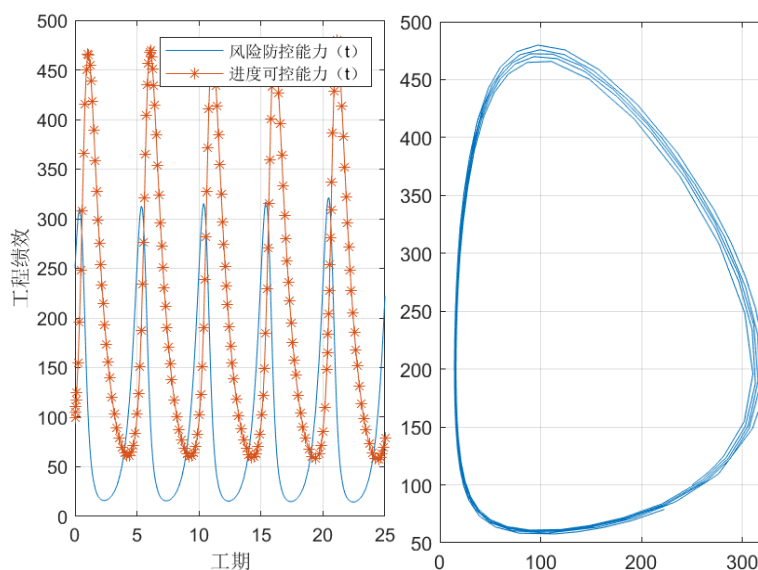


图1 初始的进度可控能力大于风险事件防控能力

Fig. 1 Initial Schedule Controllability Greater than Risk Mitigation Capacity

当初始的进度可控能力大于风险事件防控能力时,仿真结果详见图1。从仿真结果可以看出,基于Lotka-Volterra模型构建的风险防控能力与进度可控能力之间的动态关系呈现出明显的周期性波动特征。两者在演化过程中相互制约、交替主导,表现出典型的非线性耦合机制。具体而言,在系统初始阶段,进度可控能力逐渐增强,带动项目推进加速,但同时也对风险防控能力造成一定抑制。随着进度强度不断提升,系统内部压力增加,导致安全风险上升,防控能力逐步削弱。当进度可控能力达到一定阈值后,由于“过度推进”引发的管理负荷和资源瓶颈,其自身增长也受到抑制,出现回落趋势。

此时,随着项目节奏趋缓,原本受压抑的风险防控机制逐步恢复,从而使得系统的防控能力得到提升。当防控能力增长到一定程度,对项目推进节奏形成反馈性制约,使进度可控能力再度下降。上述过程不断循环演化,构成一种典型的动态反馈系统,系统状态围绕一个非稳态平衡点持续振荡,反映了工程建设中风险管理与进度控制之间的复杂博弈关系。

该结果验证了Lotka-Volterra模型在刻画风险-进度动态演化机制中的适用性,也为后续优化风险应对策略与施工组织方案提供了定量参考依据。

4.2 初始进度可控能力小于风险事件防控能力

当初始的进度可控能力小于风险事件防控能力时,仿真结果详见图2。从仿真结果可以看出,基于Lotka-Volterra模型构建的风险防控能力与进度可控能力之间的动态关系依然呈现周期性波动,但其波动特征与前述情况有所不同。在此情况下,系统初期,风险防控能力较强,对进度的推进起到了一定的压制作用,导致项目进度可控能力保持在较低水平,进度发展较为缓慢。随着风险防控能力的持续增长,虽然系统得以维持较为稳定的安全状态,但此时由于进度受到抑制,导致项目整体推进速度低于预期。

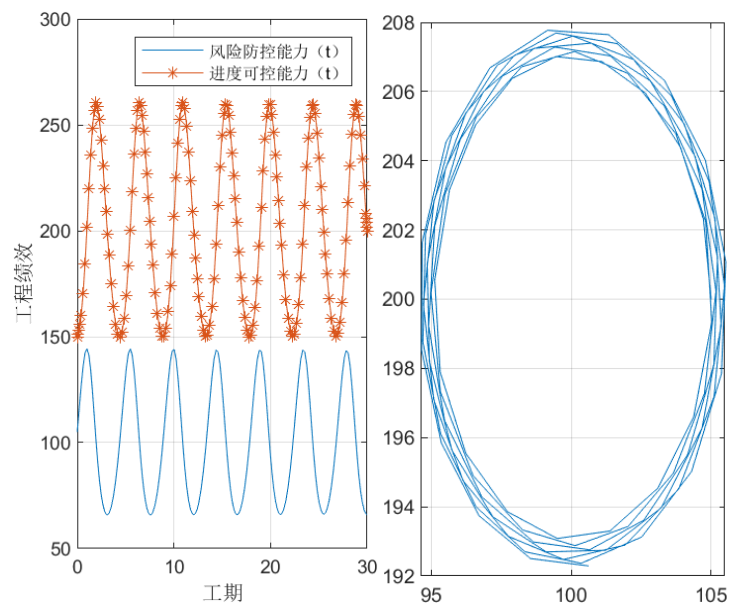


图 2 初始的进度可控能力小于风险事件防控能力
Fig. 2 Initial Schedule Controllability Less than Risk Mitigation Capacity

然而，当进度可控能力经过一定时间的积累与调整后，其增长开始逐步突破防控能力的压制，进度推进逐渐加速。此时，由于项目进度的加快，管理负荷与资源需求增加，导致潜在的安全隐患逐步暴露，反过来削弱了风险防控能力。随着风险防控能力的逐步下降，进度可控能力也受到影响，进入一种新的反馈周期。

最终，系统处于一个相互制约、交替波动的状态。进度与风险之间的动态平衡不断调整，呈现出典型的非线性振荡现象，反映出当进度可控能力相对较弱时，风险防控能力仍能维持较强的作用，但随着进度的提升，二者的博弈逐渐开始影响彼此的稳定性。该现象进一步证明了 Lotka-Volterra 模型在工程建设中动态反馈关系中的适用性，并为如何平衡风险防控与进度控制提供了理论依据。

5 政策建议

本研究以 Lotka-Volterra 模型为理论基础，构建了进度可控能力与风险防控能力之间的动态交互模型，揭示了二者在复杂工程系统中所呈现的周期性波动、交替主导及非线性反馈等演化特征。这一研究结论不仅在理论层面丰富了项目管理与系统建模的交叉研究框架，更在实践层面为工程项目的风险调控与进度组织提供了量化支持与战略启示。基于此，本文提出以下几方面政策建议，以期

为工程建设管理者、行业监管机构及政策制定部门提供可实施的决策参考。

(1) 强化风险-进度系统协同规划机制

传统项目管理往往将风险管理与进度控制割裂开展，分别由不同部门或职责模块执行，忽视了二者之间的动态互动关系。研究表明，进度的推进与风险的演化存在显著的耦合反馈特性，任何一方的变化都会对另一方产生直接或间接影响。因此，建议工程项目在前期立项与总体策划阶段，即将风险管理与进度规划纳入同一系统框架，构建统一的协同决策机制。例如，可通过建立“风险-进度动态耦合评估模型”来动态预判推进节奏下的风险暴露水平，从而实现同步优化施工方案与风险缓释措施。

(2) 动态设定项目推进节奏，避免“加速陷阱”

政策层面应强调“以稳促进”的科学调度原则,鼓励项目管理者基于实时反馈调整施工节奏,避免盲目追求节点压缩和建设提速。特别是在技术复杂度高、施工环境不确定性大的项目中,更应强化施工组织方案的弹性设计,设置动态缓冲区与节点重构机制,为系统演化提供调节余地

(3) 提升风险防控能力的弹性与可恢复性

Lotka-Volterra 模型揭示的一个重要机制为,当风险防控能力在系统早期被压制后,若具备一定弹性,则可在进度放缓阶段快速反弹,从而实现系统的阶段性自我修复。因此,应着重提升风险防控体系的弹性与恢复能力,具体包括三个层面:一是制度层面的预案完整性,即建立多级响应机制与事件应急路径,提升系统韧性;二是技术层面的监测前置化,利用物联网、大数据等手段实时捕捉风险信号,实现提前预警;三是人员组织层面的能力冗余,保障关键岗位具备复合型技能与多重替代能力,在应对突发事件时具备快速响应和适应能力。

(4) 鼓励模型驱动的智能决策工具研发与应用

随着人工智能与数据建模技术的快速发展,越来越多的工程项目具备了部署智能管理系统的基础条件。本文基于 Lotka-Volterra 模型构建的动力学系统,可作为智能调度系统中的“预测引擎”模块,为项目管理者提供趋势预判与策略模拟功能。因此,建议政策层面加大对工程建模与智能工具研发的支持力度,鼓励科研单位与施工企业联合开发“进度-风险双控平台”,并结合历史项目数据与实时现场反馈,实现模型校准与动态修正。同时,在行业准入与评估机制中,也应将此类智能系统纳入先进管理能力考核指标,推动其在更多工程场景中的规模化应用。

(5) 推动进度管理与风险管理人才一体化培养

目前工程管理人才培养仍存在“进度专精”与“风险专精”相互割裂的问题,导致实际项目中两类能力难以高效融合。研究所揭示的非线性动态机制,要求管理者不仅理解工程技术层面的推进逻辑,更需具备系统性思维,能够识别并处理复杂反馈路径下的管理挑战。因此,建议高等院校与行业培训机构在课程体系中强化“系统建模”“非线性动态系统”“复杂项目管理”等交叉课程的设置,同时推动多专业融合型人才的培养机制,为未来工程项目的综合性决策能力奠定人才基础。

6 结论

本文基于 Lotka-Volterra 种群动力学模型,构建了一个用于模拟工程项目中“风险防控能力”与“进度可控能力”之间相互作用的非线性动力系统。通过设置两种初始条件情境(进度可控能力大于/小于风险防控能力),开展系统仿真实验,深入揭示了工程建设过程中风险与进度之间的动态反馈关系及其系统性演化特征。研究得出以下主要结论:

(1) 首先,进度与风险在演化过程中表现出显著的周期性波动特征。两者并非线性依赖或单向影响关系,而是在动态博弈中交替主导、相互制约。无论初始条件如何,系统最终均呈现出围绕非稳态平衡点的持续振荡态势。这一现象表明,进度推进与风险防控之间的关系本质上是一种耦合反馈系统,难以通过静态或单一策略实现绝对平衡,必须依赖动态调节与协同优化。

(2) 其次,当进度可控能力初始占优时,系统在早期阶段表现为进度加速与风险防控能力削弱并行的趋势。此阶段项目推进虽显成效,但伴随着风险累积和管理负荷提升,系统内部压力激增,引发进度增速回落与风险机制重建。相反,当风险防控能力初始占优时,系统前期保持较强稳定性,但进度推进缓慢,无法充分释放项目资源效能。随着进度机制逐步调整并突破风险限制,系统再次进入交替反馈周期。两种情境虽初始态不同,但长期演化趋势均指向非线性振荡稳定模式,验证了

Lotka-Volterra 模型对复杂系统耦合行为的高适应性。

(3) 最后,从管理实践角度看,本研究为工程项目中如何协调进度推进与风险应对提供了理论基础与方法支撑。通过模拟不同初始条件下系统的演化过程,可辅助项目管理者根据实际资源、外部环境和风险承受能力,设定合理的推进节奏与管控策略,实现动态平衡。同时,该模型亦可扩展至更复杂的多因素博弈场景,如施工资源、成本控制、多风险源干扰等领域,为未来工程管理中的复杂系统建模提供拓展空间。

综上所述, Lotka-Volterra 模型不仅能够有效反映工程项目中进度与风险的非线性交互机制,更具备良好的适应性与推广潜力,为后续风险响应策略优化与施工组织管理提供了有力的理论依据与实用工具。

参考文献

- [1] 李恒. 工程筹划中的工期进度风险管理研究与应用[J]. 都市轨道交通, 2023, 36(03): 65-70.
- [2] 马腾. 基于进度风险管理的房地产项目开发预控内容及应对分析[J]. 建筑经济, 2022, 43(09): 49-53.
- [3] 林武, 张业星, 赵杏英, 等. 基于 BIM-CCM 的项目进度风险管理[J]. 人民长江, 2021, 52(S2): 335-340.
- [4] 蒋泰稳, 程令章, 马文波, 等. 水利工程建设进度管理与风险分析——评《水利工程风险与管理》[J]. 水利水电技术, 2020, 51(04): 229.
- [5] 孙义. 南水北调中线干线工程进度控制风险因素及风险管控措施[J]. 水电能源科学, 2015, 33(07): 159-163.
- [6] 宿燕燕. 基于云理论的新建铁路工程业主方项目进度风险管理研究[J]. 中国煤炭, 2014, 40(S1): 335-339.
- [7] 储柱全. 合肥南环铁路中地下管线迁改工程总承包的组织实施[J]. 铁道建筑, 2012, (01): 127-129.
- [8] 王瑜, 赛云秀, 邱林豪, 等. 海外油气田地面建设项目进度风险形成机理研究[J/OL]. 工程管理科技前沿, 1-12 [2025-04-07].
- [9] 施骞, 刘安谱, 肖超. 基于组织-任务网络的项目进度风险分析[J]. 系统工程学报, 2024, 39(04): 570-579.
- [10] 周君, 唐艳娟, 张文嘉, 等. 风险链视角下的工程进度风险分析方法研究[J]. 水力发电学报, 2023, 42(12): 96-107.
- [11] 蔡志立, 张凯, 李波, 等. 基于贝叶斯网络的高层住宅改造工程进度风险因素研究[J]. 建筑经济, 2022, 43(11): 60-66.
- [12] 韩宝睿, 濮海建, 朱震军. 基于改进 Lotka-Volterra 模型的城市轨道交通与常规公交竞合关系演变研究[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2023, 42(02): 106-112.
- [13] 慈玉生, 赵家发, 吴丽娜. 基于 Lotka-Volterra 的城市客运走廊机动化交通方式竞争模型[J]. 交通运输系统工程与信息, 2017, 17(03): 39-45+52.
- [14] 郭燕子, 武忠. 基于 Lotka-Volterra 模型的产业技术创新网络知识创造机理研究[J]. 情报杂志, 2012, 31(06): 139-143.
- [15] 赵巧芝, 陈昊, 张力晖. 中国新能源汽车产业技术创新的竞合关系研究——基于 Lotka-Volterra 种群竞争模型分析[J]. 技术经济, 2024, 43(12): 47-59.
- [16] Nguyen D H, Yin G. Coexistence and exclusion of stochastic competitive Lotka-Volterra models[J]. Journal of differential equations, 2017, 262(3): 1192-1225.

¹第1作者简介: 刘霖(1997-), 男, 博士研究生, 北京交通大学, 研究方向: 工程与项目管理。E-mail: linl666666@163.com

*通讯作者简介: 戴兴伟(1976-), 男, 博士, 教授, 华侨大学, 研究方向: 装配式建筑; 工程管理。E-mail: rt007204@gmail.com