参与式教学驱动下贝叶斯公式课堂闭环教学设计与实践

纪燕霞[1,*], 费绍金[1], 王莉[1]
1. 宿迁学院 数理学院, 江苏宿迁 223800

摘要：贝叶斯公式是概率论逆概率推理的核心，概念抽象，学生易混淆条件概率，直觉常与客观概率相冲突。传统课堂侧重公式推导与例题训练，学生停留于浅层行为参与，难以领会“先验—后验迭代更新”的思想。本文依托 Fredricks 三维参与理论，构建“课前预习—课中冲突创设—新知推演—案例拓展—课后探究反馈”的教学闭环，通过课前搜集案例、课堂投票、随堂演算、课后探究落实三维参与并融入课程思政。实践表明，该模式能有效突破重难点，提升学生概率建模能力。

关键词：贝叶斯公式；参与式教学；三维参与；教学闭环；课程思政

Design and Practice of a Closed-Loop Classroom Teaching for Bayes' Formula Driven by Participatory Teaching

Yanxia Ji[1,*], Shaojin Fei[1], Li Wang[1]
1. School of Mathematics and Physics, Suqian University, Suqian, Jiangsu, 223800, China

Abstract: Bayes' formula is conceptually abstract, and students often confuse conditional probabilities, trusting intuition over objective probability. Traditional teaching stresses derivation and drills, leaving students at shallow behavioral engagement. Based on Fredricks' three-dimensional engagement theory, this paper builds a closed loop of "pre-class preview, in-class conflict, derivation, case extension, after-class inquiry" to achieve behavioral, emotional and cognitive engagement, with curriculum ideology integrated. Practice shows it effectively breaks through key difficulties and improves probabilistic modeling ability.

Keywords: Bayes' formula; Participatory teaching; Three-dimensional engagement; Closed-loop teaching; Curriculum ideology and politics

1 引言

贝叶斯公式是概率论与数理统计课程的重要内容，它是解决“已知结果反推原因”问题的有效工具，广泛应用于医疗诊断、信用评估以及人工智能等场景。但在实际学习过程中，学生多停留于公式记忆与代入计算，面对真实问题易被直觉误导，容易混淆$P(B|A)$与$P(A|B)$，更无法理解先验与后验、后验迭代更新先验的核心思想。

参与式教学方式是以学生为主体，通过任务驱动、课堂交互以及反馈闭环等环节让学生深度参与知识生成的整个过程。但现实中的课堂却是投票、讨论、发言、计算样样都有，课后学生的观念却未发生任何改变。Fredricks 等指出参与包含行为参与、情感参与和认知参与三个维度，其中，行为参与指外在可观测的课堂表现；情感参与对应学生的学习兴趣与归属感；认知参与则落在对知识的深层理解与概念重构上，三者之间可以相互分离，而真正决定内化的是认知参与[1]。现有文献研

究多集中在课堂案例的选取或思政融合上[2,3]，较少关注学生的情感参与和认知参与过程，容易出现课堂热闹、思辨缺位的“有互动、无思辨”的困境。

针对这一教学困境，本文依托三维参与框架，以贝叶斯公式为例对教学流程做了重构，使得行为参与、情感参与和认知参与贯穿知识探究全过程：学生的学习兴趣可以从预习阶段一直延续到课后输出，课中的在线投票与动手演算落实每个学生的行为参与，而后验迭代更新先验的核心思想，则由认知参与来落实内化。

2 教学内容与学情分析

2.1 教学内容定位

贝叶斯公式是概率论与数理统计课程的重要知识点，它解决的是“已经观测到结果的情况下，反过来推断各类原因发生可能性大小”这类问题。更重要的是，贝叶斯公式背后还蕴含着一套重要的思维方式：原有经验（先验概率）通过新证据的加入被更新，形成新认知（后验概率）；而新的后验概率又可作为下一轮新的先验概率，并且随着新证据的不断加入，认知迭代的过程可以一直持续下去。在人工智能时代，这套迭代更新的思维尤其值得传递给学生。

2.2 学情分析

贝叶斯公式的授课对象为大学二年级的学生，已经掌握条件概率、乘法公式，并在此基础上推导出了全概率公式，有着基本的正向推理能力。但存在三重学习困境：第一，极易混淆$P(B|A)$和$P(A|B)$，把检出率等同于阳性后患病的概率；第二，对于作业中的习题可以套用公式进行计算，但不会把现实问题抽象为贝叶斯模型；第三，习惯静态看待概率，难以理解“先验—后验”动态迭代更新的过程。从参与维度来看：学生能够配合教师回答问题、完成课堂练习，行为参与基本可以得到保障；但对新知识的学习兴趣有限，情感参与不足；更不会思考这个知识点能带给我们什么样的启示，认知参与普遍缺失。

3 基于参与式教学的教学设计理念与教学目标

3.1 教学设计理念

依托三维参与理论，本研究搭建“课前输入—课中思辨探究—课后输出反馈”的教学闭环[4]，从而保证行为参与、情感参与与认知参与在知识探究各环节协同发生。通过预习任务建立该知识点的价值感，建立情感参与；通过课堂活动保证全体学生的行为参与；通过创设认知冲突与自动驾驶案例的概率迭代推动认知参与的逐步深入，课后探究使学习过程形成闭环。

教学过程依循“问题驱动、学生主体、教师引导”的思路，知识点的讲授不再局限于公式演算，概率建模思维同样被纳入培养目标中，“互动充足但内化不足”这类形式化参与的问题由此得到规避。

3.2 三维教学目标

知识目标：掌握贝叶斯公式的内容与成立条件，会区分先验概率和后验概率。

能力目标：可以将现实问题转化为贝叶斯模型，并完成概率的迭代更新计算。

素养目标：破除直觉偏见，形成依托证据与数据开展理性推理的科学态度；体会贝叶斯“用新信息修正原有认知”的迭代思维，懂得认知与判断可以随证据补充持续优化；结合自动驾驶技术迭代升级的实例，涵养科技自立自强的家国情怀。

3.3 教学重难点

教学重点：贝叶斯公式的理解与建模应用。

教学难点：条件概率辨析；后验概率作为新一轮先验完成认知迭代的思想。

4 闭环视角下参与式教学课堂实施过程

4.1 课前预习环节：学生自主搜集应用场景（闭环起点，激活情感参与）

作为闭环起始环节，课前预习承担激活情感参与、建立内容与兴趣联结的作用，安排与设计意图如表 1 所示。

表 1 课前预习环节安排

Table 1 Arrangement of Pre-class Preview Segments

环节步骤	实施主体	具体活动	设计意图
发布任务	教师	①查阅资料，搜集贝叶斯公式的现实应用；②提出一个自己最感兴趣的方向	使学生明确探究方向，降低预习的盲目性
自主探究	学生	学生自主查阅资料，初步感知贝叶斯公式的广泛用途，选择一个自己最感兴趣的方向	建立学习内容与个人兴趣的联结，激活情感参与
反馈收集	教师	汇总学生预习反馈，掌握学生感兴趣的方向	为课中案例拓展、课后分层作业设计提供依据
课堂衔接	师生	学生带着自己搜集的素材和疑问进入新课	避免“空着脑袋进课堂”，确立闭环起点

4.2 课堂导入：在线投票，创设认知冲突，全员参与猜想（触发认知参与，保证行为参与落地）

（1）引入案例

教师播放小王体检的情境视频：某疾病的人群患病率为千分之一，患病者检测呈阳性的概率为 99%，无病人群误诊阳性概率为 1%。抛出问题：小王检测结果为阳性，他实际患病概率大概是多少？

（2）创建投票

教师设置投票环节，让学生根据直觉选出认为的患病概率。两个选项分别为 A 大于 90%，B 低于 10%。在学习通平台组织全体学生线上投票，触发认知参与，结果如图 1 所示。

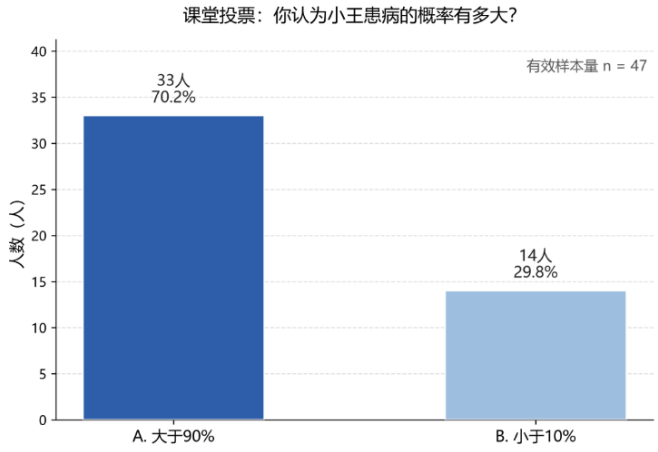


图 1 学生投票结果

Fig . 1 Results of the Student Vote

（3）阐述不同观点

教师请选择 A 和选择 B 选项的同学分别说明他们的理由。选择 A 选项的同学认为检测的准确率高达 99%，那么检测结果为阳性了，则患病概率自然很高；选择 B 选项的同学认为患病率仅千分之一，因此不会那么容易患病。在这个过程中，教师不评判对错，保护学生的表达意愿，维持情感参与的持续进行。

（4）制造认知冲突

教师公布正确答案：检测呈阳性时实际患病概率仅约 9%，多数同学此时可以感受到正确结果与自己的直觉形成强烈冲突，学生带着这种认知冲突进入新知探究。

4.3 新知探究：学生参与建模演算，由具体案例推广一般公式（三维参与协同推进）

冲突建立后，教师引导学生利用所学的概率计算公式进行推导，此过程可以很好地将学生从情感参与引导到行为参与中。

（1）建立概率模型

要把体检问题转化为概率模型进行计算，首先需要将已知条件转化成概率语言（学生自主完成）：

定义事件： $A=\{$小王患病$\}$，$\overline{A}=\{$小王未患病$\}$，$B=\{$检测为阳性$\}$

信息提取： $P(A)=0.001$，$P(\overline{A})=0.999$，$P(B|A)=0.99$，$P(B|\overline{A})=0.01$，

（2）分步推导

教师分步引导学生调用已学过的概率计算公式进行推导：

① 回顾条件概率定义，写出 $P(A|B)=P(AB)/P(B)$；

② 分子 $P(AB)$ 用乘法公式转化为 $P(A)\cdot P(B|A)$；

③ 分母 $P(B)$ 是阳性总概率，启发学生运用全概率公式展开为

$P(B)=P(A)\cdot P(B|A)+P(\overline{A})\cdot P(B|\overline{A})$；

④ 随堂代入数值计算，得到 $P(A|B)=0.0902$。

（3）解开直觉陷阱

教师引导学生面对反直觉结果开展反思辨析，达成认知参与的过程。学生总结出：直觉错把患病时的阳性检出率当成了阳性时的患病率，同时还忽略了千分之一的先验基率，1% 的假阳性落在庞大的未患病人群中，其绝对数量远超真阳性。学生由此意识到，错误并非计算失误，而是对基率信息的系统性忽视。

（4）贝叶斯公式的推导

在引例问题的基础上，教师追问：若造成结果 B 的原因不止两种而是 n 个，分别记为 $A_1, A_2 \cdots A_n$，结果应如何表达？由学生归纳推广得到贝叶斯公式的一般形式[5]：

$$P(A_i|B)=\frac{P(A_i)\cdot P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(A_j)\cdot P(B|A_j)} \qquad i=1,2,\cdots,n$$

通过教师引导，学生完成了将实际问题转化成概率模型的过程，同时贝叶斯公式的形成过程也完全由学生动手演算、归纳推广得出，行为参与也在这一过程中落地。

（5）思想内涵的突破

教师引导学生围绕 9% 背后的统计意义展开深挖，借此将贝叶斯公式蕴含的核心思想传递给学生。公式里，$P(A)$ 是在新证据出现前对事件 A 发生的原有认知，称为先验概率；$P(A|B)$ 表示在新证据 B 出现后对事件 A 发生概率的新认知，称为后验概率。贝叶斯公式的内核，就是依靠新增证据完成对先验认知的修正。

教师接着抛出问题：首次检测阳性算出的后验概率仅约 9%，能否据此判定检验者患病？复查的情境顺势展开。若第二次检测结果依旧为阳性，概率需要重新计算。此时，上一轮算出的后验概率直接充当本轮计算的先验概率。此时学生可以直观感受到：后验概率不是一次推理的终点，它能够转化成新一轮判断的先验。并且随着源源不断新证据的加入，认知判断也随之持续更新。

在新知探究的过程中，学生从具体问题延伸到抽象公式，再从符号运算上升到概率思维本身，实现了由浅层行为参与向深度认知参与的深化。

4.4 应用拓展：参与迭代更新推演，迁移到工程实际案例（深化情感参与）

完成医疗案例推演后，教师将情境迁移到 L4 级自动驾驶多传感器融合场景，引导学生感受随着新证据的不断融入，判断被逐步更新的过程。当摄像头触发报警，系统判断前方有障碍物的概率从 10%更新到 50%；毫米波雷达同步报警后，此时以 50% 为新先验，后验更新为 95%；激光雷达也报警后，再以 95%为新先验，后验更新到 99.84%。每步强调“上一轮后验即下一轮先验”，学生在递进数字中看见置信度跃升，推动学生认知参与走向深入。自动驾驶技术持续迭代的路径，也对应着国内相关领域自主攻关的真实逻辑，它们都是不断收集新证据、迭代优化算法的过程，由此实现价值引领，促成情感参与落地。

4.5 课后探究作业：呼应课前预习，完成教学闭环（巩固三维参与成果）

课后设计分层作业：基础必做题巩固公式计算；探究作业要求学生回到课前自己搜集的最感兴趣的领域，梳理其中的先验、观测证据与后验，模拟两轮贝叶斯更新过程并撰写分析报告；挑战作业鼓励学有余力的学生拓展学习智能驾驶技术的核心算法—卡尔曼滤波。

课前学生只是搜集现象，课后要用所学知识重新解构同一案例，把认知迁移到感兴趣的场景；形成“预习搜集—课堂学习—课后再分析”的学习闭环。

5 课程思政有机融入路径

课程思政随参与环节自然融入课堂之中：学生通过直觉投票与计算的矛盾，在认知冲突、演算推导和反思思辨后自主获得“直觉不可靠，须依靠数据与客观推理”的感悟；阳性复查与多轮迭代让学生体会认知不是一次定论，而是随证据持续修正的过程；自动驾驶案例则联系我国产业的自主攻关历程，启发学生认识科研同样是不断获取证据、迭代优化的过程，涵养科技自立自强的担当。

6 教学反思与教学成效

实践教学过程中发现，这套闭环教学设计能在一定程度上改善课堂看似互动充分，但学生思维并未真正卷入的形式化参与问题。不过在课堂实施时要合理把控各类参与式活动的节奏，对基础薄弱的学生做好分步引导；对于学生的错误作答，不要简单否定，而是将其转化为生成性教学资源，保护学生学习的积极性，维持情感参与的持续性。该设计思路对于其他概念抽象、容易受主观直觉干扰的知识点，也具备一定参考价值。

参考文献：

[1] Fredricks J A, Blumenfeld P C, Paris A H. School engagement: Potential of the concept, state of the evidence[J]. Review of Educational Research, 2004, 74(1): 59-109.

[2] 程艳, 燕扬, 卢丑丽. 课程思政理念下 Bayes 公式教学方法的探讨[J]. 大学数学, 2023, 39(5): 113-118.

[3] 温鲜, 霍海峰. OBE 理念与 BOPPPS 相融合的教学模式在概率统计教学中的应用实践[J]. 延边大学学报(自然科学版), 2025, 51(2): 152-156.

[4] 王世杰, 方晓峰, 王恒. 基于“BOPPPS”教学模式下的概率论与数理统计教学设计——以“贝叶斯公式”为例[J]. 创新教育研究, 2026, 14(1): 621-627.

[5] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京: 高等教育出版社, 2019.

基金项目：《参与式教学视角下概率论与数理统计课程的多元评价体系研究与实践》（2024KCGG08），《人工智能驱动商科学生数据素养与统计能力培养研究》（SKJYKT-2605422）

[1,*]**第 1 作者&通讯作者简介：**纪燕霞（1984-），女，硕士研究生，讲师，研究方向：应用统计。 E-mail: jiyanxia@squ.edu.cn。