

面向定向任务的冗余机械臂起始构型优选策略

伍玉霞^{1,*}

1. 桂林电子科技大学, 建筑与交通工程学院, 广西 桂林, 541004

摘要: 冗余机械臂的起始位形优劣直接影响后续轨迹规划的效果。为克服现有方法在作业初期沿任务方向灵活性欠佳的缺陷, 提出一种基于起始位形优选的方向可操作度提升策略。该策略分为两个阶段: 先以方向可操作度为目标建立优化模型, 求解满足末端始点约束的最优关节构型; 再将该构型作为梯度投影法的迭代初值进行轨迹跟踪。仿真对比表明, 采用该策略后, 起始阶段的灵活性指标较传统方式明显占优, 由起始位形选取不当引发的过渡调节过程得以消除, 机械臂自始即保持高灵活度作业姿态。所提方案为提高冗余机械臂在方向约束任务中的即时响应能力提供了有效途径。

关键词: 轨迹规划; 起始构型; 方向可操作度; 冗余机械臂; 灵活性优化

The Optimal Starting Configuration Selection for Directional Manipulability Enhancement of Redundant Manipulators

Yuxia Wu^{1,*}

1. School of Architecture and Transportation Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin, Guangxi, China, 541004

Abstract : The initial posture of a redundant manipulator substantially influences the quality of subsequent trajectory planning. To overcome the deficiency in directional manipulability during the early stage of task execution, this paper presents a strategy that optimizes the starting configuration prior to trajectory generation. The approach first formulates an optimization model with directional manipulability as the objective, yielding the joint configuration that maximizes this metric under the endpoint constraint. This configuration then serves as the initial condition for the gradient projection method in online trajectory tracking. Simulation results from two distinct task settings confirm that the proposed strategy consistently outperforms conventional practices in terms of early-stage directional manipulability, eliminates the transitional adjustment typically required when starting from suboptimal postures, and sustains a highly dexterous state throughout the entire motion. This work offers a practical solution for enhancing the real-time performance of redundant manipulators in direction-constrained operations.

Keywords : Trajectory planning; Initial configuration; Directional manipulability; Redundant manipulator; Flexibility optimization

冗余自由度赋予了操作臂超越基本任务需求的运动能力, 可借助自运动优化运动学与动力学表现, 其中灵活性指标一直是该领域的研究焦点。Yoshikawa 提出的可操作度通过雅可比矩阵的行列式值度量操作臂在各方向上的综合运动能力。其后姚建初等将方向因素引入该框架, 定义了方向可操作度以评估沿特定作业方向的运动效能。陈安军等在此基础上发展了基于速度方向可操作度的轨迹

规划方法, 允许系统从低灵活性构型出发, 通过在线调整逐步趋近最优位形。然而该策略存在固有局限——调整期间系统始终处于灵活性较低的构型, 直至收敛完成后方可达到理想状态, 即未能将起始构型的选择纳入优化范畴, 难以保障作业初期的运动品质。

岳士岗等在关节驱动力矩优化问题中发现, 起始构型若已处于力矩最优状态, 则全程力矩最小化目标更易实现。借鉴该思路, 若将起始构型直接设为方向可操作度最优状态, 则无需经历从低灵活区域向高灵活区域过渡的阶段, 系统自初始时刻即可维持较高的方向灵活性。

基于上述分析, 本文提出将方向可操作度作为起始构型优选的评价准则, 在此基础上进行轨迹规划。核心思路为: 离线求解方向可操作度最大化的起始构型, 再以此作为在线规划的初值, 使系统自始即工作在灵活性最优区域, 从而消除传统方法中必需的调整过渡阶段。

1 起始构型优选与轨迹规划方法

1.1 可操作度及其方向性指标

对于 n 自由度串联操作臂, 自基座至末端依次编号各关节, 记关节变量依次为 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 。则关节向量 $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ 组成的空间称为关节空间。末端执行器在笛卡尔空间中的位置由向量 $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_m]^T$ 表示, 该向量构成操作空间。二者之间的微分运动学关系为:

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$

其中 $\dot{\mathbf{p}} = [\dot{p}_1, \dot{p}_2, \dots, \dot{p}_m]^T$, $\dot{\mathbf{p}} \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ 为操作空间中机器人的末端速度, $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]^T$, $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 为关节空间中的关节速度, $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 是机器人的雅克比矩阵, 对于冗余度机器人, $m < n$ 。

式(1)给出的可操作度指标由 Yoshikawa 提出, 其几何意义为关节速度单位球经雅可比映射至操作空间后所得椭球体积, 数值越大代表操作臂在各方向上的综合速度传递能力越强。

$$M = \sqrt{\det(\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q}))} \quad (1)$$

对于需要在特定方向上完成高精度作业的冗余度机器人而言, 方向可操作度比传统可操作度更能反映实际任务需求。该指标通过将末端速度约束在单位方向向量上, 量化了机器人在该方向上的最大速度输出能力, 如式(2)所示, 并用它来评价沿着任务要求的特定方向上的运动转换能力。值越大表示该方向上的运动灵活度越高。

$$DM = (\mathbf{l}^T (\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q}))^{-1} \mathbf{l})^{-1} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{l}$ 是末端运动速度方向的单位向量。

1.2 面向方向灵活性的起始构型优化模型

给定末端起始点及期望作业方向, 寻求方向可操作度最大的起始构型可归纳为如下优化问题:

$$\begin{cases} \text{目标函数: } \max DM = (\mathbf{l}^T (\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q}))^{-1} \mathbf{l})^{-1} \\ \text{约束条件: } \mathbf{p} = \mathbf{f}(\mathbf{q}), \text{ 为机器人正向运动学方程。} \end{cases} \quad (3)$$

当末端起始点给定时, 求解上述优化问题可获得满足位置约束且方向可操作度取最大值的关节构型。以此构型作为梯度投影算法的起始状态, 可使规划器自始即处于高灵活性区域, 无需额外的构型调节环节。

将方向可操作度作为优化目标纳入梯度投影框架, 相应的关节速度指令为:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^+(\mathbf{q})\dot{\mathbf{p}} + c(\mathbf{E} - \mathbf{J}^+(\mathbf{q})\mathbf{J}(\mathbf{q}))\Phi \quad (4)$$

其中, c 为常系数, $\mathbf{J}^+(q) = \mathbf{J}^T(q)(\mathbf{J}(q)\mathbf{J}^T(q))^{-1}$ 。

$$\Phi = [\partial(DM)/\partial q_1, \partial(DM)/\partial q_2, \dots, \partial(DM)/\partial q_n]^T。$$

2 仿真验证与分析

2.1 直线运动任务仿真

以图 1 所示的平面 3R 冗余操作臂作为仿真对象, 三根连杆长度均取 1m, 基坐标系设于关节 1 处。为集中考察算法核心性能, 暂不计关节限位与杆间干涉。

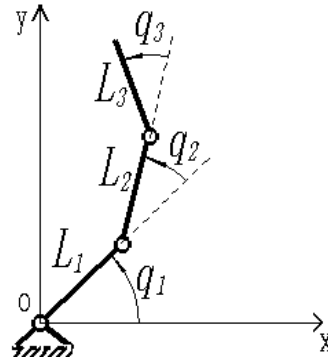


图1 结构模型

Fig.1 Structural model

模型参数: 末端初始位置: $\mathbf{p} = [2.0, 0.5]^T$, 任务方向作业方向取+X方向;
末端位置可表示为 (角度单位为弧度):

$$\begin{cases} p_1 = x = L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2) + L_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) \\ p_2 = y = L_1 \sin q_1 + L_2 \sin(q_1 + q_2) + L_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) \end{cases}$$

雅克比矩阵为:

$$\mathbf{J}(q) = \begin{bmatrix} -s_1 - s_{1+2} - s_{1+2+3} & -s_{1+2} - s_{1+2+3} & -s_{1+2+3} \\ c_1 + c_{1+2} + c_{1+2+3} & c_{1+2} + c_{1+2+3} & c_{1+2+3} \end{bmatrix}$$

式中: $s_1 = \sin q_1, s_{1+2} = \sin(q_1 + q_2), s_{1+2+3} = \sin(q_1 + q_2 + q_3)$
 $c_1 = \cos q_1, c_{1+2} = \cos(q_1 + q_2), c_{1+2+3} = \cos(q_1 + q_2 + q_3)$

2.1.1 最优初始构型的离线优选

首先用式 (3) 中的数学规划模型对机器人的构型进行优选。数学规划模型为:

$$\begin{cases} \text{目标函数: } \max DM = (\mathbf{I}^T (\mathbf{J}(q) \mathbf{J}^T(q))^{-1} \mathbf{I})^{-1} \\ \text{约束条件: } \begin{cases} 1 = \cos q_1 + \cos(q_1 + q_2) + \cos(q_1 + q_2 + q_3) \\ 0 = \sin q_1 + \sin(q_1 + q_2) + \sin(q_1 + q_2 + q_3) \end{cases} \end{cases}$$

经优化得到的最优构型为: $\mathbf{q}_{DM} = [1.3003, -1.3003, 4.4419]^T$, 对应的方向可操作度

$DM=1.7320$ 。为考察该构型的优越性, 另外指定两个同样满足末端始点约束、但 DM 值不同的普通构型作为参照:

$$\mathbf{q}_{11} = [1.8584, -1.8584, 5.0000]^T, DM = 1.0111$$

$$\mathbf{q}_{12} = [0.3584, -0.3584, 3.5000]^T, DM = 0.1963$$

这三种构型所对应的方向可操作度如表1所示。最优构型的方向可操作度值高于另外两个一般构型

的方向可操作度值, 最优构型的DM值分别为一般构型的1.71倍和8.82倍, 优势明显。

分别以上述三种构型为初始构型, 用式(4)中的轨迹规划方法对机器人进行关节轨迹规划。取 $c=1$, 末端速度 $\dot{\mathbf{p}}=[0.01, 0]^T$ m/s, 仿真时间为30秒。

其机器人在运动过程中的方向可操作度的变化如图2所示。

表1 三种构型所对应的方向可操作度值

Table 1 Directional manipulability of three initial configurations		
构型	关节角向量	方向可操作值DM
最优构型 $\mathbf{q}_{IDM}$	[1.3003, -1.3003, 4.4419]	1.7320
一般构型 1 $\mathbf{q}_{I1}$	[1.8584, -1.8584, 5.0000]	1.0111
一般构型 2 $\mathbf{q}_{I2}$	[0.3584, -0.3584, 3.5000]	0.1963

表1数据显示, 最优构型的方向可操作度值高于另外两个一般构型的方向可操作度值, 最优构型的DM值分别为一般构型的1.71倍和8.82倍, 优势明显。表明起始构型优选对提升方向灵活性具有显著效果。

2.1.2 轨迹跟踪与灵活性对比

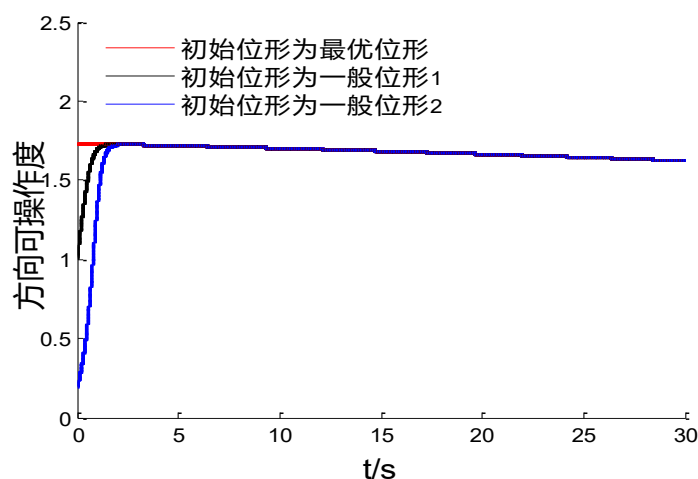


图2 方向可操作度变化图(仿真1)

Fig. 2 Directional manipulability versus time under three initial configurations

从图2中可以看出, 三种起始构型下DM的演化轨迹差异明显。以最优构型 $\mathbf{q}_{IDM}$ 为初始构型对机器人进行关节轨迹规划, DM值在全程稳定在1.73左右, 波动幅度不超过 ± 0.05 , 表明系统从一开始即处于理想工作状态, 表明系统无需经历过渡阶段即进入稳定状态。

以一般构型 $\mathbf{q}_{I1}$ 起始时, 初始DM值为1.0111, 需经约5.2s上升至稳定水平, 调整期内平均DM较最优情况低约0.5。以 $\mathbf{q}_{I2}$ 起始时, 初始DM仅0.1963, 过渡调整时间约9.1s, 0~9s内DM均值不足0.6, 灵活性严重不足。以一般构型起始时, 初始DM值越低, 调整时间越长。

以上述三种不同构型为初始构型对机器人进行关节轨迹规划时, 机器人运动过程中的构型图分别如图3、图4、图5所示。图3、图4和图5中的单位为米, 每两个构型之间间隔时间为5秒。

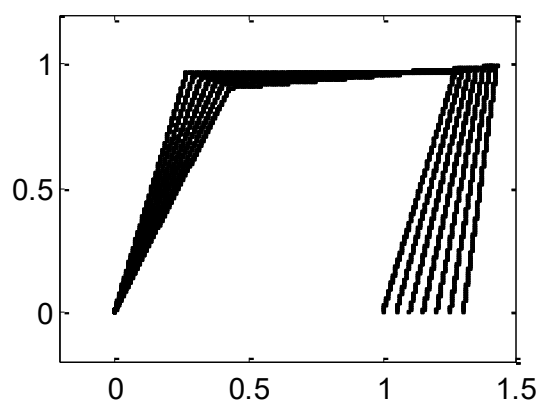
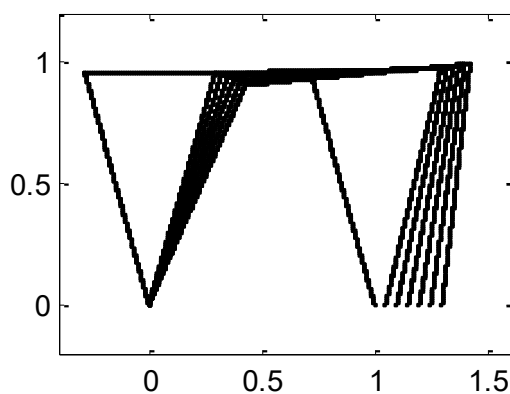
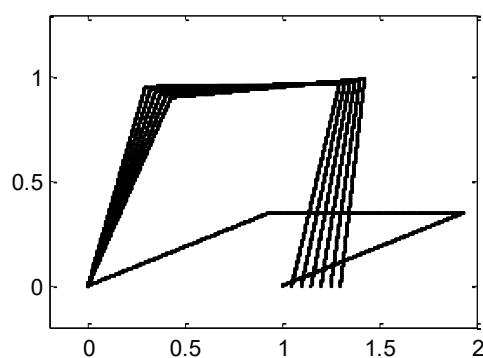
图3 初始构型为最优构型- q_{1DM} Fig. 3 Motion sequence with the optimal initial configuration- q_{1DM} 图4 初始构型为一般构型1- q_{11} Fig. 4 Motion sequence with general configuration 1- q_{11} 图5 初始构型为一般构型2- q_{12} Fig. 5 Motion sequence with general configuration 2- q_{12}

图3显示,以最优构型起步时,各杆件运动连续平缓,关节角无剧烈变化,未出现明显的构型调节行为。反观图4~5中,以一般构型起始时,前期(尤其前10s)杆件运动幅度较大,关节出现显著转动。其内在原因是梯度投影算法引导机器人从低DM构型向高DM区域迁移,这一过程以牺牲前期运动平稳性换取后续灵活性增益。

2.2 不同任务条件下的验证

第二组仿真的初始末端位置改为： $p=[1.5,1.2]^T$ ；任务方向改为沿+Y方向，其余条件不变。采用与仿真1相同的优化流程，得到该任务条件下的最优构型：

$$q_{2DM} = [2.2667, -1.5523, 4.3939]^T$$

为体现最优构型的优越性，再增加两个一般构型：

$$q_{21} = [2.5760, -1.7693, 4.6164]^T \quad q_{22} = [1.7487, -1.2280, 4.0]^T$$

这三种构型所对应的方向可操作度如表2所示。

表2 三种构型所对应的方向可操作度值

Table 2 Directional manipulability of different initial configurations (Simulation 2)

构型	DM
q_{2DM}	1.7799
q_{21}	1.4428
q_{22}	0.8844

第二组仿真中，最优构型 q_{2DM} 的 DM 值为 1.7799，对照构型 q_{21} 、 q_{22} 分别为 1.4428 和 0.8844，最优值分别高出 23.4%和 101.3%，进一步验证了优选策略的有效性。

分别以上述优化出的方向可操作度最优构型 q_{2DM} 和一般构型 q_{21} 、 q_{22} 为初始构型，用式（4）中的轨迹规划方法对机器人进行关节轨迹规划。取 $c=1$ ，末端速度： $\dot{p}=[0.01,0.01]^T$ m/s，仿真时间为 30 秒。其机器人在运动过程中的方向可操作度的变化如图 6 所示。

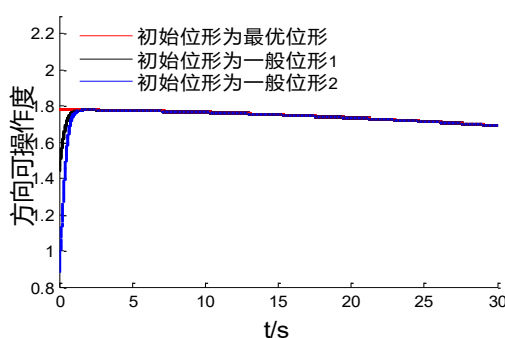


图6 方向可操作度变化图（仿真2）

Fig. 6 Directional manipulability versus time for Simulation 2

同样的，从图 6 中可以看出，以优化出的构型 q_{2DM} 为初始构型对机器人进行关节轨迹规划，DM 全程平稳保持在 1.78 附近，机器人在执行任务初期的方向可操作度一直是平稳变化；以一般构型 q_{21} 和 q_{22} 为初始构型对机器人进行关节轨迹规划时，分别需约 4.5s 和 8.5s 完成调整，逐步增加达到最优。

3 结语

本文针对冗余操作臂定向作业中起始阶段灵活性不足的问题，提出了一种基于起始构型优选的方向可操作度提升方法。核心思路为：先通过离线优化获取方向可操作度最大的起始构型，再以其

为初值进行在线轨迹跟踪。两组仿真结果表明,最优构型的DM值较普通构型提升1.7~8.8倍,过渡调节时间缩短5~9s,作业初期灵活性显著改善。后续工作拟在优化模型中计入关节限幅与避碰约束,并在更复杂的工程场景中检验其适用性。

参考文献

- [1] Yoshikawa T. Manipulability of robotic mechanisms[J]. International Journal of Robotics Research, 1985, 4(2): 3-9.
- [2] 姚建初, 丁希仑, 战强, 等. 冗余度机器人基于任务的方向可操作度研究[J]. 机器人, 2000, 22(6): 501-505.
- [3] 谢碧云, 赵京. 基于条件数约束的方向可操作度[J]. 机械工程学报, 2010, 46(23): 8-15.
- [4] 陈安军, 马学文. 基于速度方向可操作度的冗余机器人关节轨迹优化[J]. 机械传动, 2008, 32(2): 13-15.
- [5] 岳士岗, 白师贤. 具有最优初始构型的冗余度柔性杆机器人关节驱动力矩优化[J]. 北京工业大学学报, 1998, 24(1): 39-44.
- [6] Tan J, Shang M, Jin L. Metaheuristic-based RNN for manipulability optimization of redundant manipulators[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2024, 20 (4): 6489-6498.
- [7] Yang X, Zhao Z, Li Y, et al. Inverse kinematics solution of redundant manipulator based on manipulability optimization[J]. 机械工程学报, 2024, 60 (7): 22-31.
- [8] Duleba I, Karcz-duleba I, Mielczarek A. A fast evaluation of initial configurations in repeatable inverse kinematics for redundant manipulators[J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2018, 28 (3): 483-492.
- [9] 张绪平, 余跃庆. 冗余度柔性空间机器人的最优关节初始位形[J]. 机械科学与技术, 1999(5):3.
- [10] 裴九芳, 陈玉, 许德章. 基于方向可操作度的机器人灵巧手抓持优化研究[J]. 机械设计, 2012, 29(4):6.
- [11] 唐碧秋, 杨帆, 唐焱, 等. 基于能量约束的冗余度机器人灵活性研究[J]. 机床与液压, 2015(9): 5-8.

^{1,*}第1作者&通讯作者简介: 伍玉霞 (1988.05—), 女, 广西桂林, 硕士, 讲师/工程师。Email: 120248211@qq.com。研究方向: 智能检测与控制技术,