

基于AR法的水平向风速时程模拟

何亚伟¹, 梁彩芬¹, 严世涛^{1,*}, 邓丽梅¹

1. 广西交通职业技术学院, 路桥工程学院, 广西 南宁, 530126

摘要: 在对结构进行风振分析中, 时程风速的模拟是风振分析的前提。本文使用线性回归滤波器法 (AR 法) 模拟水平向风速过程, 首先讲述了对脉动风理论研究的基本情况, 进一步阐述了 AR 法模拟风速的可行性, 选取了脉动风功率谱和空间相干函数, 利用 AR 法使用 MATLAB 编写了风速时程模拟程序, 通过与目标脉动风功率谱进行比较, 模拟的风速时程与目标功率谱重合完好, 验证了使用 AR 法模拟水平向风速的准确性和可行性。

关键词: 风速时程模拟; AR 法; 脉动风功率谱; 空间相干函数

Horizontal wind speed time history simulation based on the AR method

Yawei He¹, Caifen Liang¹, Shitao Yan^{1,*}, Limei Deng¹

1. Guangxi Vocational and Technical College of Transportation, School of Road and Bridge Engineering, Nanning, Guangxi, China 530126

Abstract: In theoretical analyses of wind loads, time-history wind speed is particularly important. This paper uses the autoregressive (AR) filter method to simulate the horizontal wind speed process. It first outlines the basics of theoretical research on fluctuating winds, then explains the feasibility of using the AR method to simulate wind speed. By selecting the fluctuating wind power spectrum and spatial coherence function, a wind speed time-history simulation program was written in MATLAB using the AR method. By comparing it with the target fluctuating wind power spectrum, the simulated wind speed time-history matched well with the target spectrum, confirming the accuracy and feasibility of using the AR method to simulate horizontal wind speed.

Keywords: Wind speed time series simulation; AR method; pulsating wind power spectrum; spatial coherence function

随着我国经济的高速发展, 与生产生活配套的各类建筑物和设施同步升级, 桥梁的跨度不断增大, 建筑物的高度不断增高, 大跨度屋盖结构的数量也在不断激增, 风振对跨度长、面积大、高耸的结构敏感度极大, 对结构进行风振分析已经逐步成为分析内容重要的环节, 而风速时程的模拟是风振分析的前提, 目前对于风速时程模拟和风振实验分析的方法主要有以下三种:

(1) 风洞试验法

风洞试验法是风振研究中常用的方法, 风洞试验^[1]的理论基础是相似准则, 即在模型与实际建筑物几何外形、所用材料等都相同的情况下, 在风洞中依照现实风荷载条件如风速、风向、空气紊流值、空气密度等基本一致的条件下, 将模型放在风洞中进行风荷载试验, 得出数据进行分析, 由于

其试验条件不可能达到现实条件,所以得到的结果相比实际结构也会些许偏差,但偏差不会太大。

其优点是试验条件试验过程等具体参数可人为的控制和改变,所测得的数据比较精准;其缺点是风洞造价极其高昂,我国目前也仅有几所风洞试验室,风洞试验资金消耗大,而且试验选取的模型制作周期长,都是针对特定的项目工程,模型的周转使用率很低,不具有普遍适用性。

(2) 数值风洞模拟技术

数值风洞模拟技术是通过电脑软件,对实际的风荷载进行数值模拟,简称为 CFD 技术^[2],如 Fluent、Rwind 等软件,通过软件内置的参数,如空气紊流值、空气密度、风速、风向等,模拟结构所处的风场,将建好数值模型放在其中进行数值模拟,得出结构表面的风压值等数据,其求解技术为计算流体力学。

其优点是相比风洞试验花费很少,建模较快,计算用时较短,能轻松的获取所需的数据,较快的给工程项目一个直观的参考;缺点是 CFD 技术还不够成熟,是刚兴起不久的新领域,没有权威性的认证,多数都是用来作为参考。

(3) 理论分析方法

结构风振响应分析所使用的理论方法主要有频域法^[3]和时域法^[4]两种;本文所采用的 AR 法模拟风速时程属于时域法,线性回归滤波器法(AR 法)即是白噪声滤波法,是先将随机过程假定为白噪声,然后通过相干函数和协方差等系统变化,模拟风速过程,此方法被广泛认为具有计算量小、速度快等优点,现在已经广泛被应用于随机振动问题分析中,适用于振动频率密集和柔性大、非线性特征明显的结构体系,本文采用即是这种方法。

1 脉动风功率谱

要想进行人工模拟生成风速,必须知道脉动风功率谱和其空间相关函数,在进行时程风速模拟前,先介绍本文采用的脉动风功率谱,从风速功率谱被研究至今,学者和科研工作者已经做了许多努力,提出了许多可用的脉动风功率谱,由于需要模拟的为水平向风速时程,本文所选取的脉动风功率谱为 Davenport^[5-6]功率谱(水平方向功率谱);与《建筑结构荷载规范》^[7]一致,Davenport 根据世界上不同地点、不同高度测得的 90 多次强风记录,他认为水平脉动风速谱中,紊流尺度高度是不变的,并提出了经验公式,其功率谱函数表达式为:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_v(n) = 4K\bar{V}_{10}^2 \frac{x^2}{n(1+x^2)^{4/3}} \\ x = \frac{1200n}{\bar{V}_{10}} \end{array} \right. \quad (1)$$

式中 $S_v(n)$ 为脉动风速功率谱(m^2/s); K 为表面阻力系数; $\bar{V}_{10}$ 为标准高度为 10m 处的平均风速; n 为脉动风频率;

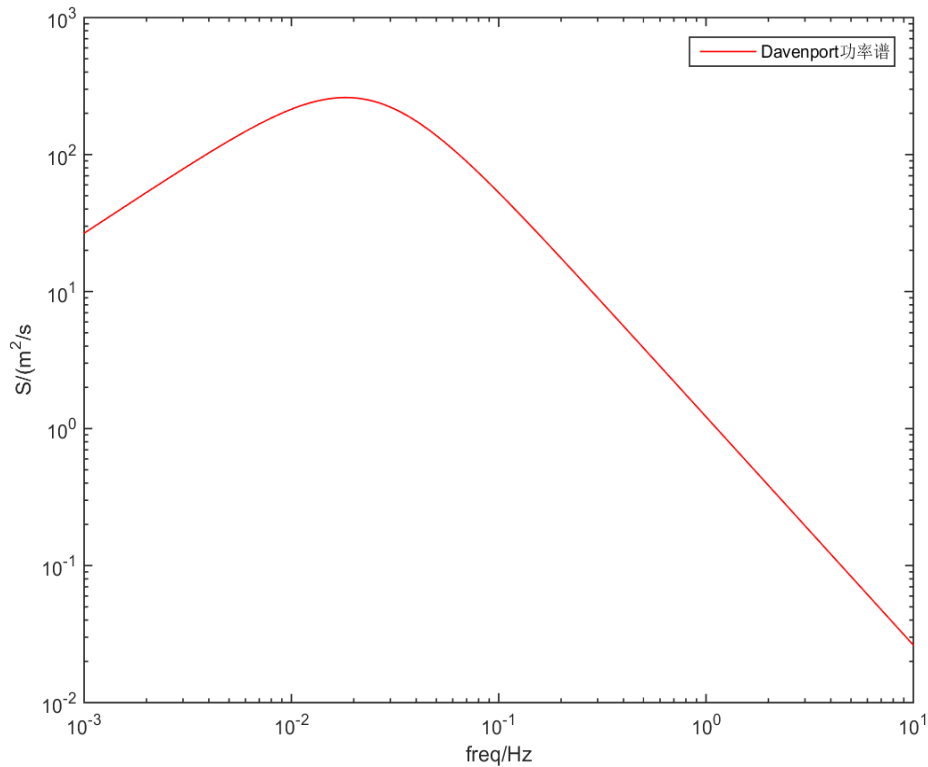


图 1 Davenport 风速功率谱图

Fig. 1 Davenport Wind Speed Power Spectrum

本论文采用此脉动风功率谱函数作为水平向脉动风速谱，用它作为目标功率谱来编写水平向脉动风速程式。

2 脉动风的空间相关性

脉动风的空间相关性除了用自相关性描述外，还可以用空间相关性来表示，根据大量强风记录的观测和分析，各个点风向是不完全同步的，甚至是完全无关的，脉动风的空间相关性顾名思义就是脉动风在空间上相关程度，其主要包括空间 XYZ 三个方向，即风速侧向左右相关和竖直向的上下相关性，还有风速的前后相关性，Shiotani 经过试验和分析后，建议只采用与两点距离有关的简单表达式，学者和研究人员在此基础上经过研究，得出了三个方向上的表达^[8]，即：

$$\rho_x(a_x, b_x) = \exp \left[-\frac{|a_x - b_x|}{L_x} \right] \quad (3)$$

$$\rho_y(a_y, b_y) = \exp \left[-\frac{|a_y - b_y|}{L_y} \right] \quad (4)$$

$$\rho_z(a_z, b_z) = \exp \left[-\frac{|a_z - b_z|}{L_z} \right] \quad (5)$$

式中 L_x , $L_y=50$, $L_z=60$ ，为各个方向上的相关系数；由于在风速时程模拟时需要同时考虑三个方向的相关性，则空间上两点的相关函数表达式^[9]为：

$$\rho_{xyz}(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z) = \exp \left\{ - \left[\frac{(a_x - b_x)^2}{L_x^2} + \frac{(a_y - b_y)^2}{L_y^2} + \frac{(a_z - b_z)^2}{L_z^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (6)$$

实际上 Shiotani 空间相关函数模型是进一步简化概括的结果，Shiotani 空间相关函数模型与频率

无关, 相比来说前者计算简便, Shiotani 空间相关函数模型和与频率有关的相关函数模型两者的计算结果基本接近; 本文采用 Shiotani 空间相关系数模型作为水平向的相关系数。

3 AR 法模拟脉动风速理论

采用线性回归滤波器法模拟多个互相关的水平风速时, 该方法主要有以下四个方面:

(1) 人工生成均值为零的白噪声随机数列, 即所取的风速均值都是零, 这与脉动风速的性质相符合。

(2) 根据所需要的脉动风功率谱设计一个自回归滤波器, 其作用主要是使得模拟的点与目标功率谱更吻合, 所使用的频谱为上述的脉动风功率谱。

(3) 将白噪声输入自回归滤波器中, 通过自回归系数矩阵得到一些列具有特定功率谱的时间数列, 即为某一风速时程曲线。

(4) 依据脉动风的空间相关性, 使用空间相干函数模型, 使模拟的空间点数在相关的前提下得到多个点的风速时程。

在模拟时有以下两个基本假定:

(1) 空间任意点的平均风速是不变的, 脉动风速具有零均值性、各态历经性、随机性、是平稳的高斯分布过程。

(2) 风速具有空间相关性。

在进行人工模拟时, 主要有三个模拟步骤, 模拟方法和过程[10]如下所示:

3.1 求解回归系数矩阵 $[\varphi_K]$

基于 AR 法推广到多个点的风速模拟, M 个空间相关的风速时程

$[u(t)] = [u^1(t), u^2(t), u^3(t), \dots, u^M(t)]^T$ 可由以下公式生成:

$$[u(t)] = \sum_{k=1}^P [\varphi_k][u(t-k\Delta t)] + [N(t)] \quad (7)$$

其中 $[u(t-k\Delta t)] = [u^1(t-k\Delta t), u^2(t-k\Delta t), u^3(t-k\Delta t), \dots, u^M(t-k\Delta t)]^T$,

$[N(t)] = [N^1(t), N^2(t), N^3(t), \dots, N^M(t)]^T$, $N^i(t)$ 为均值为 0 服从正态分布且具有给定协方差的随机向量;

$[\varphi_K]$ 为 $M \times M$ 维回归系数矩阵; P 为模型的阶数; M 为脉动风的维数; Δt 为时间变化量;

$u(t)$ 、 $N(t)$ 均为与时间相关的 M 维空间向量, 可表示为 $u(x, y, z, t)$, $N(x, y, z, t)$ 。

对于任意一个空间点 $i (1, \dots, M)$ 具有时间差的随机过程 $u^i(t)$ 与 $u^i(t-\Delta t)$ 的协方差可用下式表示:

$$R_u^i[(k\Delta t)] = E\{[u^i(t-k\Delta t) - E[u^i(t-k\Delta t)]]\{u^i(t) - E[u^i(t)]\}} \quad (8)$$

因为 $u^i(t)$ 与 $u^i(t-k\Delta t)$ 为均值为 0 的随机平稳过程, 故 $E[u^i(t-\Delta t)]$ 、 $E[u^i(t)]$ 为 0, 所以式 (8) 可化简为:

$$R_u^i[k\Delta t] = E[u^i(t-\Delta t)u^i(t)] \quad (9)$$

将式 (7) 两边同时右乘 $[u(t-k\Delta t)] = [u^1(t-k\Delta t), \dots, u^M(t-k\Delta t)]$, 然后将式子两边同时取均 (数学期望), 由于 $N(t)$ 是均值为零的随机过程, 且与随机过程 $u^i(t)$ 相互独立, 所以两者协方差为 0, 以及协方差 $R_u^i[(k\Delta t)]$ 为偶函数, 可得协方差 $R_u^i[(k\Delta t)]$ 与回归系数 φ_K 之间的关系, 将其写成矩阵形式为:

$$[R] = \overline{[R]}[\varphi_K] \quad (10)$$

式中 $[R]_{PM \times M} = [R_u(\Delta t), R_u(2\Delta t), R_u(3\Delta t), \dots, R_u(P\Delta t)]^T$; $[\varphi_K]_{PM \times M} = [\varphi_1^T, \varphi_2^T, \varphi_3^T, \dots, \varphi_P^T]^T$, 具体表达式子如下所示:

$$\begin{aligned} \overline{[R]}_{PM \times PM} &= \begin{bmatrix} R_u(0) & R_u(\Delta t) & \cdots & R_u[(P-2)\Delta t] & R_u[(P-1)\Delta t] \\ R_u(\Delta t) & R_u(0) & \cdots & R_u[(P-3)\Delta t] & R_u[(P-2)\Delta t] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ R_u[(P-2)\Delta t] & R_u[(P-3)\Delta t] & \cdots & R_u(0) & R_u(\Delta t) \\ R_u[(P-1)\Delta t] & R_u[(P-2)\Delta t] & \cdots & R_u(\Delta t) & R_u(0) \end{bmatrix} \\ [\varphi_K]_{M \times M} &= \begin{bmatrix} \varphi_k^{11} & \cdots & \varphi_k^{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_k^{M1} & \cdots & \varphi_k^{MM} \end{bmatrix} \quad K=1, \cdots, P \\ [R_u(k\Delta t)]_{M \times M} &= \begin{bmatrix} R_u^{11}(k\Delta t) & \cdots & R_u^{1M}(k\Delta t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_u^{M1}(k\Delta t) & \cdots & R_u^{MM}(k\Delta t) \end{bmatrix} \quad K=1, \cdots, P \end{aligned}$$

根据随机振动理论, 脉动风功率谱与空间任意两点的相关函数之间符合维纳-辛钦 (Wiener-Khinchin theorem), 公式如下:

$$R_u^{ij}(k\Delta t) = \int_0^\infty S_u^{ij}(n) \cos(2\pi n k \Delta t) dn, \text{ 其中 } i, j=1, \cdots, M \quad (11)$$

式中 n 为脉动风速的频率(Hz); $S_u^{ij}(n)$ 为互谱功率函数, 当 $i=j$ 时, $S_u^{ij}(n)$ 为自谱功率函数;

依据上文将各自谱密度函数乘积的根与空间相干函数相乘则可得出互谱或自谱功率函数, 所以功率谱计算公式为:

$$R_u^{ij} = \sqrt{S_u^i S_u^j \rho_{ij}} \quad (12)$$

依据式 (11) 和式 (12) 可求出协方差 $R_u^{ij}(k\Delta t)$, 将其代入式 (10), 求解已知的线性方程组, 则可求得回归系数矩阵 $[\varphi_K]$ 。

3.2 求出给定方差的随机过程 $[N(t)]$

将式 (7) 两端同时右乘 $[u(t)] = [u^1(t), \cdots, u^M(t)]$, 并取数学期望 (均值), 则有

$$[R_N] = [R_u(0)] - \sum_{k=1}^P [\varphi_K] [R_u(k\Delta t)] \quad (13)$$

求出 $[R_N]$ 之后, 对 $[R_N]$ 做乔利斯基 (Cholesky) 分解, $[R_N] = [L][L]^T$, 则 $[N(t)] = [L]^T n(t)$, 其中 $[L]^T$ 为下三角矩阵, $[n(t)]$ 为均值为 0, 标准差为 1, 而且其中元素按列符合正态分布的矩阵。

3.3 最后求出最终的 M 个随机风速过程

求出回归矩阵 $[\varphi_K]$ 以及 $[R_N]$ 之后, 根据式 (7) 可求解出 M 个相关的空间随机的风速矢量过程, 将式 (7) 按时间间隔 Δt 离散化后, 分别考虑以下三种情况: (1) $u^i(t)$ 为偶函数; (2) $u^i(t)$ 为奇函数; (3) 当 $t < 0$ 时, $u^i(t) = 0$; 由此可得到三种不同的矩阵方程形式, 因为第三种假设最方便, 且最符合实际情况, 直接选择第三种方式, 则 M 个随机的风速向量过程的表达式为:

$$\begin{bmatrix} u^1(\gamma\Delta t) \\ \vdots \\ u^M(\gamma\Delta t) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^P [\varphi_K] \begin{bmatrix} u^1(\gamma-k)\Delta t \\ \vdots \\ u^M(\gamma-k)\Delta t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N^1(\gamma\Delta t) \\ \vdots \\ N^M(\gamma\Delta t) \end{bmatrix} \quad \left(\begin{matrix} \gamma\Delta t=0, \cdots, T \\ k \leq \gamma \end{matrix} \right) \quad (14)$$

式中 T 为模拟 M 个随机脉动风速矢量过程中的间断时刻; 依据上述公式和方法可得出脉动风速矢量过程, 由此可得出脉动时程 $V(t)$, 由于风速是脉动风速和平均风速的叠加之和, 故最终的风速公式为:

$$V(t) = \bar{v} + v(t) \quad (15)$$

4 MATLAB 风速模拟程序参数

本文运用上述原理公式对风速模拟的基本参数为:

(1) AR 模型一般在 4-6 阶就开始收敛, 阶数越高, 对计算时间要求越长, 其模拟结果和 4-6 阶基本一致, 依据本论文编写的程序, 经过测试, 在第 4 阶时 AR 模型就开始收敛, 故本文的 AR 模型为 4 阶。

(2) 模拟频率取值在 6Hz 左右时, 积分就开始收敛, 考虑到范围问题, 故所取得模拟频率区间为 0-10Hz。

(3) 模拟得时间间隔一般取值为 0.1s-0.5s, 太大模拟结果容易失真, 太小模拟结果精确度偏低, 因为时间间隔越低, 取到低频率的模拟数值的几率越大, 本论文时间间隔取值为 0.1s, 模拟步数一般在 1024 步时, 结果开始收敛, 但其对应的时间间隔往往取值大约 0.2s, 鉴于本论文模拟的时间间隔为 0.1s, 故模拟步骤取值为 2048 步。

(4) 表面阻力系数 K 的取值为 0.00464, 取值依据^[11]下式:

$$K = \frac{1}{6 \times 8.8^2} \times 35^{3.6(\alpha - 0.16)} \quad (16)$$

根据 K 和 α 的关系, 可得出四种地貌下表面阻力系数的取值, 如表 1 所示:

表 1 地面粗糙度系数 K 和指数 α 的关系

Table 1 Relationship between ground roughness coefficient K and exponent α				
地貌特征	A	B	C	D
α	0.12	0.15	0.22	0.30
K	0.00129	0.00189	0.00464	0.01291

以上参数的取值直接关系到模拟结果的正确性, 本论文的模拟参数的取值均是经过多次测试计算而得出的; 在 MATLAB 里面输入对应的空间坐标, 运行此程式则可得出模拟的结果, 程式为依据论文上述理论公式编写。

5 人工模拟风速准确性的验证

任取空间三点, 对所取三点水平向风速时程进行模拟, 并对程序的准确性加以确认, 空间三点坐标如图 2 所示:

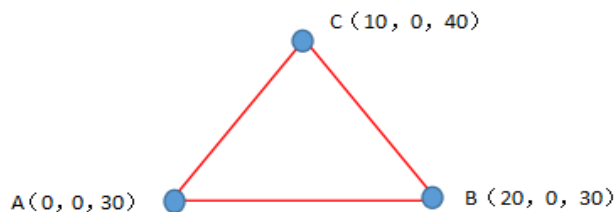


图 2 空间三点的坐标图

Fig. 2 Coordinate diagram of three points in space

空间 A、B、C 三点的风速时程模拟和模拟功率谱与目标功率谱的对比结果如图所示:

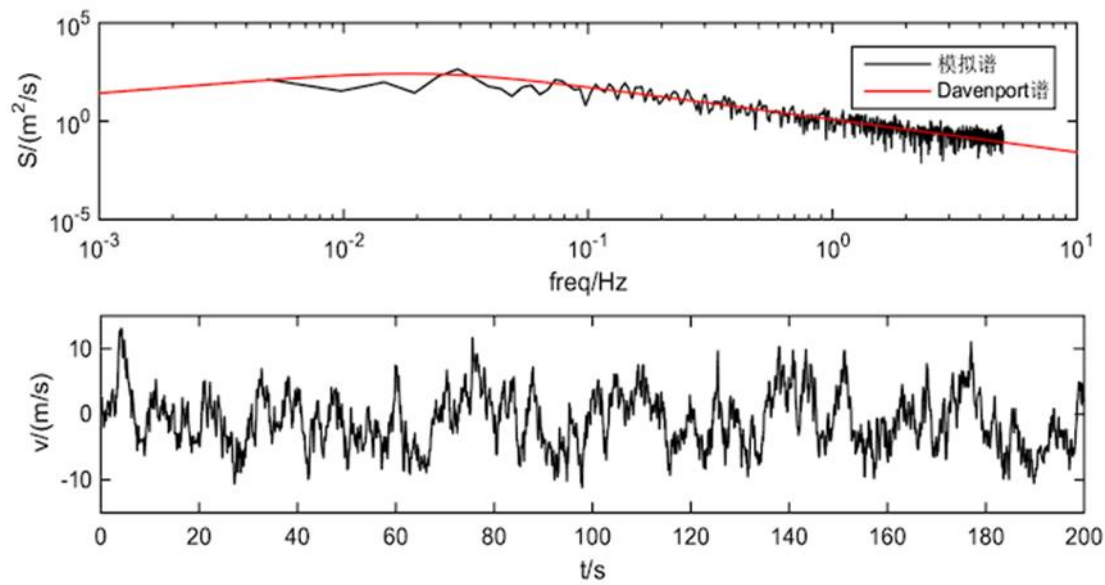


图3 点A 模拟功率谱和目标功率谱对比、时程风速模拟结果

Fig. 3 Comparison of simulated and target power spectra at point A, and simulated wind speed over time

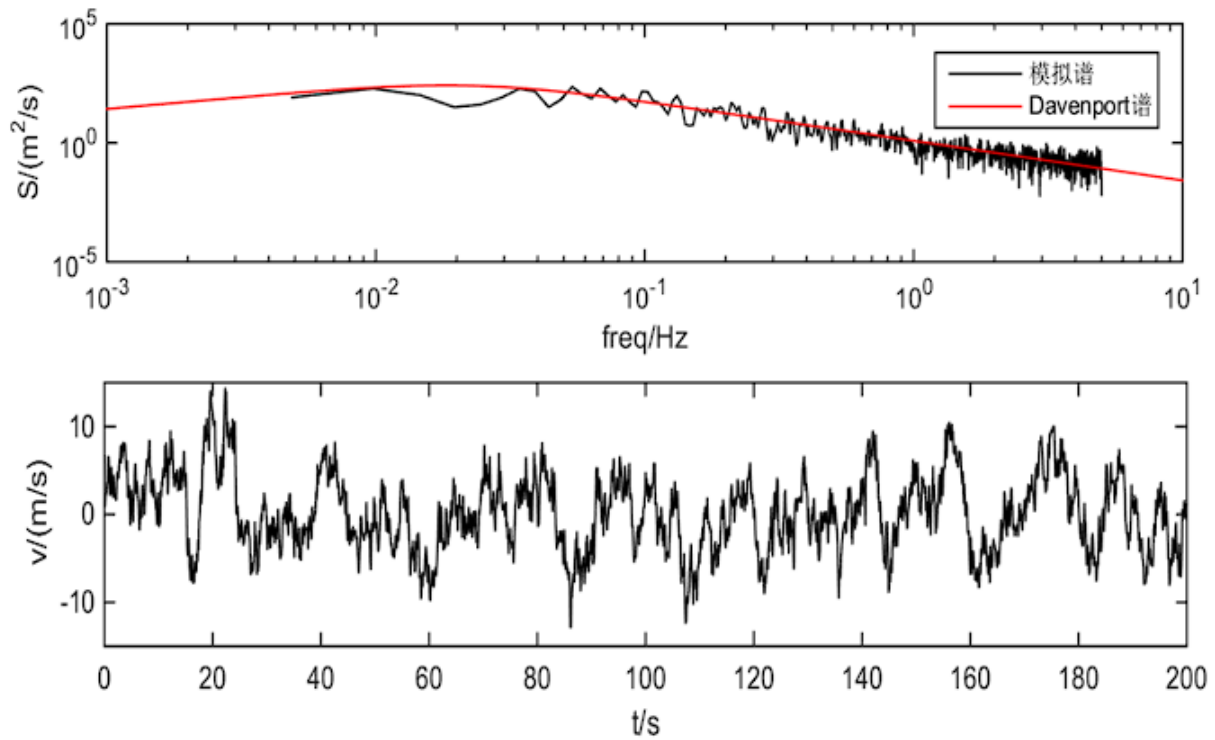


图4 点B 模拟功率谱和目标功率谱对比、时程风速模拟结果

Fig. 4 Comparison of simulated and target power spectra at point A, and simulated wind speed over time

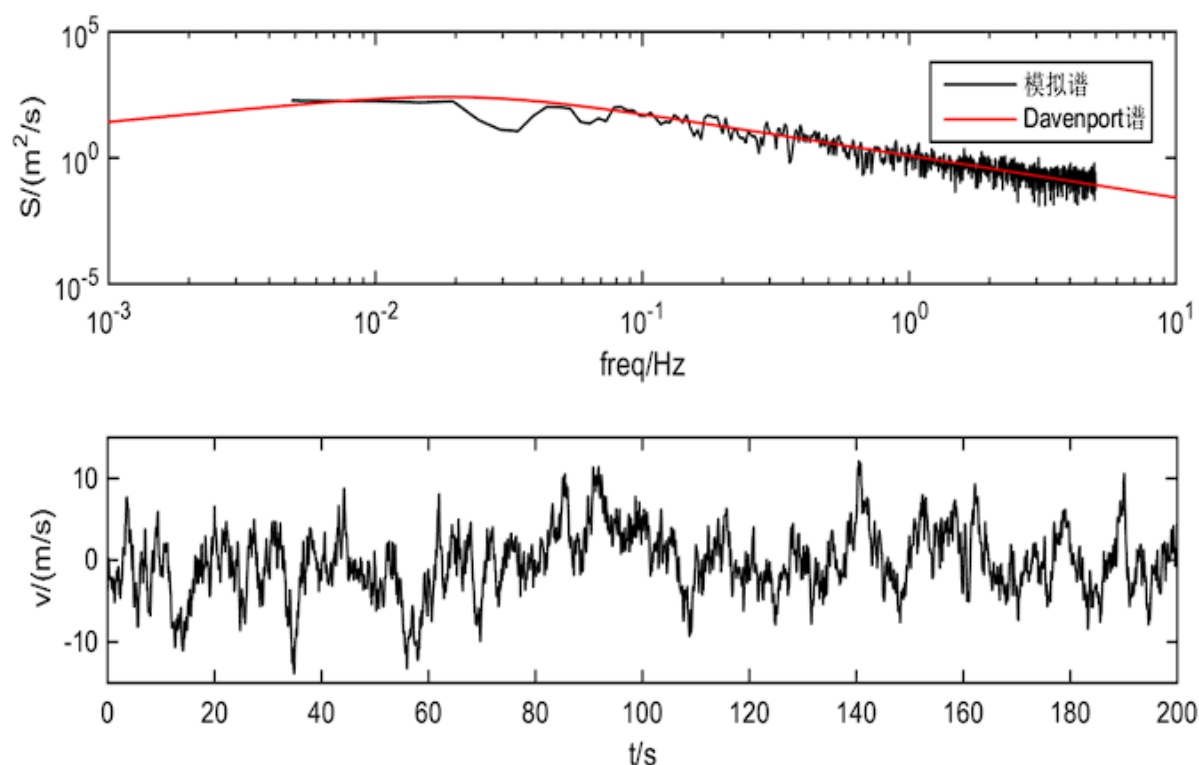


图5点B模拟功率谱和目标功率谱对比、时程风速模拟结果

Fig. 5 Comparison of simulated and target power spectra at point A, and simulated wind speed over time

6 讨论

从以上结果可以看出, 模拟的功率谱与目标功率谱重合完好, 说明依据 AR 法所编风速时程程式没有错误, 在对水平向的风速时程进行模拟时, 可采用此方法进行模拟, 再根据风速和与风压之间的关系, 将某区域的风压集中到一点, 对结构进行风振分析, 以确定其结构的稳定性和可靠程度。

7 结论

(1) 对于人工风速的模拟, 所模拟的风速要在频域上与所使用的目标功率谱进行对比, 其模拟点不能脱离目标谱过远, 太远会使模拟风速时程失真, 最合适结果是人工模拟时程风速在目标功率谱上下微小波动, 本文的模拟结果均为如此。

(2) 基于 AR 法的水平向风速时程在计算, 坐标数目在 50 以内时, 计算速度大致在 5 分钟以内, 相较于频域法计算时间, 时间较短, 速度较快。

(3) 所选用的 Shiotani 空间相关函数模型联立函数, 同时兼顾了空间 XYZ 三个方向的空间相关性, 使得风速时程模拟更为贴近实际的风速和风向, 使得风振的研究更具有实际参考意义。

参考文献

- [1] 李迺璐, 杨 华, 朱卫军, 等. 风力机风洞实验双语虚拟仿真系统设计与实现[J]. 中国教育技术装备, 2026, (6): 121-126.
- [2] 丛 峻, 王孟鸿, 骆云良. CFD 数值模拟技术及应用[C]//天津大学. 庆祝刘锡良教授八十华诞暨第八届全国现代结构工程学术研讨会论文集. 工业建筑杂志社, 2008: 771-774.
- [3] 楼文娟, 周为政, 卞 荣, 等. 输电线路跳线风偏共振响应特性及风振系数分析[J]. 振动与冲击, 2024, 43(16): 1-8.
- [4] 武艳如, 段明勋, 徐 皓, 等. 大跨度桁架结构风振响应及风振系数研究[J]. 建筑科学与工程学报, 2025, 42(4): 10-21.

- [5] 米曦亮. 脉动风风速谱及空间相关性研究[J]. 山西建筑, 2007, (6): 299-300.
- [6] 李 波, 杨庆山, 黄韬颖. 中、美、澳荷载规范关于脉动风特征的规定[J]. 建筑科学与工程学报, 2008, (3): 22-25+72.
- [7] 中华人民共和国建设部标准, 建筑结构荷载规范 GB 50009-2001[S], 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [8] 刘海延. 大跨度超高门式结构风振研究与分析[D]. 西安建筑科技大学, 2014.
- [9] 张相庭. 工程结构风荷载理论和抗风计算手册[M]. 上海: 同济大学出版社, 1990.
- [10] 李元齐, 董石麟. 大跨度空间结构风荷载模拟技术研究及程序编制[J]. 空间结构, 2001, (3): 3-11+25.
- [11] 王修琼, 剑 峰. Davenport 谱中系数 K 的计算公式及其工程应用[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2002, (7): 849-852.

基金项目: 广西科技计划项目资助(桂科 AD23026265), 广西高校中青年教师科研基础能力提升项目(2022KY1140)。

¹ **第1作者简介:** 何亚伟(1993-), 男, 工程硕士, 工程师, 研究方向: 大跨空间结构的耦合风振。电子邮箱: hyw19940907@163.com。

*** 通讯作者简介:** 严世涛(1986-), 男, 工学博士, 教授, 高级工程师, 研究方向: 道路新材料研发与应用。电子邮箱: 123560763@gxjtc.edu.cn。