

灰色规划在篮球区域联防问题中的应用

颜善青^{1,*}

1. 安徽中澳科技职业学院, 教育健康学院, 安徽 合肥, 230000

摘要: 防守能力对篮球比赛的胜利起到至关重要的作用, 国际大赛多采用区域联防的防守策略。针对篮球区域联防, 提出一种新的数据统计方案, 虽有缺陷, 但不失合理性, 并基于灰色 0-1 规划模型, 有效解决了区域联防的侧重点问题, 模型应用共 8 个步骤, 并可针对赛后分析和赛中调整分别定制不同的时间序列。这对篮球比赛和训练具有借鉴意义的同时, 也推进了灰色系统, 尤其是灰色规划在体育科学中的发展。

关键词: 区域联防; 数据统计; 灰色 0-1 规划; 侧重点; 时间序列

Application of Grey Programming in Basketball Zone Defense

Shanqing Yan^{1,*}

1. School of Education and Health, Anhui Zhong-Ao Institute of Technology, Hefei, Anhui, China, 230000

Abstract: Defensive ability plays a crucial role in the victory of basketball games, and international competitions often adopt the defensive strategy of zone defense. A new data statistics scheme is proposed for basketball zone defense, which, despite its flaws, remains reasonable. Based on the grey 0-1 programming model, it effectively addresses the focus issues of zone defense. The model application consists of eight steps, and can customize different time series for post-game analysis and in-game adjustment respectively. This not only provides reference for basketball games and training but also promotes the development of grey systems, especially grey planning, in sports science.

Keywords: Zone defense; Data statistics; Grey 0-1 programming; Focus; Time series

灰色规划模型隶属于灰色系统, 灰色规划涵盖了灰色 0-1 规划、灰色线性规划、灰色多目标规划等。灰色系统的 5 数据建模法能够显著降低各类统计计算的成本, 同时保证结果具备一定的准确性, 值得在体育及其他学科领域进行推广和应用。灰色系统在体育学科中的应用, 较为常见的是建立 GM(1, 1) 模型来判断趋势^[1-2]。

球队的防守能力对于比赛输赢有着决定性作用。回顾以往“篮球攻守”方面文献, 涉及的方法有密切值综合评价法^[3]、秩和比法 (RSR)^[4], 以及因子分析法^[5]等, 灰色模型未有明显涉足。随着篮球技战术的完善、规则的更新迭代、球风的转变、球员素质的优化等因素, “篮球攻守”方面的研究大概率会长期持续下去。

在国际赛事中, 篮球比赛的防守端多采用区域联防的防守策略。本研究将假设 5 场虚拟比赛, 运用灰色 0-1 规划建模, 探究防守区域的侧重点。这是模型运用的一种新尝试, 对灰色系统, 尤其是灰色规划在体育科学中的应用, 增加了广度和深度, 同时也对日后篮球比赛战术策略的设计与实施提供了指导作用和借鉴意义。

1 研究对象和方法

1.1 研究对象

以灰色规划模型在篮球区域联防问题中的应用为研究对象。

1.2 研究方法

1.2.1 文献资料法

除基础的灰色系统理论学习外, 5 篇^[6-10]关于灰色系统应用方面的文章, 为本研究添加理论参考。

1.2.2 数理统计法

根据模拟数据, 建立灰色 0-1 规划模型, 找出球队的防守弱势区域, 便于后期对防守策略进行有针对性的调整和完善。

2 分析与结果

2.1 篮球半场区域划分

欲找出球队防守弱势区域, 首先对球场区域进行划分。球场区域可分成弧顶、侧翼、底角、低位、高位、短角区, 以及三秒区。其中, 弧顶和侧翼可进一步细分为弧顶三分、弧顶两分、侧翼三分和侧翼两分, 如下图 1。

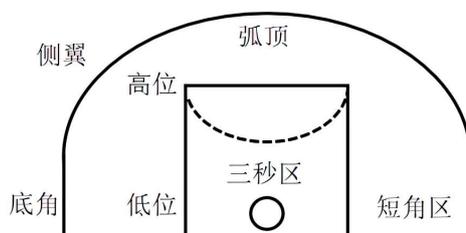


图 1 篮球半场位置简易图

Fig. 1 Simple Half-Court Basketball Position Diagram

2.2 灰色 0-1 规划模型的应用步骤及案例演示

2.2.1 应用步骤

步骤一: 统计相关数据

收集篮球比赛的赛事数据。赛事数据可以是得分/失分数, 也可以是与“得分/失分数”效力相同的命中率、出手次数、连续得分等。

防守的本质是防止得分, 不应仅仅关注对手得了多少分, 更重要的是如何得分。篮球比赛有两分、三分球, 以及投篮犯规后的罚球, 得分形式具有差异性; 换言之, 两分球和三分球的难度不一样, 亦或是, 犯规打成“2+1”和投进三分球, 在防守端, 不应具有相同效力。举例说明, 一名球员今天“手感”欠佳, 但屡次跑出空位, 或在队友掩护下, 多次空位投篮, 虽未命中, 但这不能说明防守做到位了。这些均是防守中需要考虑到的因素。

专业篮球运动员, 投篮出手一般会比较合理, 例如到了擅长的区域, 或出现了空位, 亦或在战术运行下的投篮, 少有不理智的“强攻”、“强投”等情况; 合理的进攻得分, 换个角度, 可理解为不到位的防守。至此着眼于“出手点”和“出手次数”, 进行数据收集, 相较于简单的得分数更加合理。

步骤二: 建立数值序列

灰色 0-1 规划用于此处, 可看作是“失分”分配给“区域”, 即求得某区域的“失分效益”, 某区域的“失分效益”越高, 则某区域越需加大关注, 强化防守。“0”和“1”在区域防守问题中, 分别代表了“需加大防守力度”和“维持现状”。记对阵球队 A 在区域 B 的“得分”序列为:

$$x_{B(A)}^{(0)} = (x_{B(A)}^{(0)}(1), x_{B(A)}^{(0)}(2), x_{B(A)}^{(0)}(3), x_{B(A)}^{(0)}(4))$$

其中, 1、2、3、4 为篮球比赛的节数。早在 2010 年, 就有研究使用四数据建模的案例^[11]。

步骤三: 建立对阵球队 A 在区域 B 的“得分”序列的 GM (1, 1) 模型

$$\hat{u}_{B(A)}^{(0)}(k+1) = (1-e^a) \left[u_{B(A)}^{(0)} - \frac{b}{a} \right] e^{-ak}, k=1,2,3,\dots,n \quad (1)$$

步骤四: 列出“得分”矩阵 (主队的“失分”矩阵)

通过 GM (1, 1) 模型, 计算出第 (k+1) 序时, 对阵球队 A 在区域 B 的“得分”, 并列“得分”矩阵。

$$C = \{c_{B(A)}\}$$

步骤五: 找出矩阵 C 中的最大值 $\max\{c_{B(A)}\}$, 并依次与剩余元素相减, 得到新矩阵 C'。

步骤六: 矩阵 C' 中各列元素与该列的最小元素相减, 得到新矩阵 C''。

步骤七: 得出结果。

步骤八: 必要时, 可重复步骤四、五、六、七。

2.2.2 案例演示

假设有 5 支球队 A、B、C、D、E, 主队 F 分别与之进行 5 场比赛, 建模的应用步骤如下:

步骤一: 收集主队 F 与各对阵球队, 各区域的“失分”数据。

从投篮命中率和合理性考虑, 对“出手投篮”定义权重; “未投篮”为 0, “投篮未命中”为 1, “投篮未命中, 但被犯规”为 2, “投篮命中”为 3, “投篮命中, 且被犯规”为 4 (以上数值定义仅为举例演示, 非统一标准)。

表 1 对阵球队的弧顶、侧翼投篮加权统计表

Table 1 Weighted Arc-Top and Wing Shooting Statistics Table for Each Match-Up Team

节数	弧顶					侧翼				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
一	5	8	15	4	3	5	15	4	8	8
二	2	4	4	2	4	7	5	16	8	3
三	4	1	11	5	7	4	9	10	4	15
四	10	3	7	2	1	7	12	5	6	3

表 2 对阵球队的底角、高位投篮加权统计表

Table 2 Weighted Corner and High-Post Shooting Statistics Table for Each Match-Up Team

节数	底角					高位				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
一	6	2	5	2	5	2	2	4	1	2
二	4	6	4	2	5	1	1	1	1	4
三	5	5	4	1	5	1	3	1	1	4
四	8	4	6	6	3	1	1	1	1	2

表 3 对阵球队的低位、短角区投篮加权统计表

Table 3 Weighted Low-Post and Short-Corner Shooting Statistics Table for Each Match-Up Team

节数	低位					短角区				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
一	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
二	7	4	6	1	1	4	1	1	1	1
三	4	1	1	5	3	1	4	1	1	1
四	1	1	1	3	1	1	1	2	1	2

表 4 对阵球队的三秒区投篮加权统计表

Table 4 Weighted Three-Second Area Shooting Statistics Table for Each Match-Up Team

节数	三秒区				
	A	B	C	D	E
一	24	11	15	36	17
二	26	15	16	24	31
三	22	11	18	19	20
四	16	27	30	20	35

步骤二，建立“弧顶”的时间响应序列。

$$x_{\text{弧顶(A)}}=(5,2,4,10), x_{\text{弧顶(B)}}=(8,4,1,3), x_{\text{弧顶(C)}}=(15,4,11,7),$$

$$x_{\text{弧顶(D)}}=(4,2,5,2), x_{\text{弧顶(E)}}=(3,4,7,1)$$

根据各时间响应序列，建立 GM (1, 1) 模型。在建模过程中，发现某些序列光滑度不够，影响参数结果，故这里将采用二阶弱化缓冲，来增大序列的光滑度。将以上序列分别代入

$$\frac{1}{n-k+1} \left[x(k) \frac{1}{n-k+1} + x(k+1) \frac{1}{n-k+1} + \dots + x(4) \frac{1}{n-k+1} \right], k=1,2,\dots,n \tag{2}$$

得出

$$x'_{\text{弧顶(A)}}=(6.90,7.44,8.50,10.00), x'_{\text{弧顶(B)}}=(2.92,2.56,2.5,3.00),$$

$$x'_{\text{弧顶(C)}}=(8.15,7.78,8.00,7.00), x'_{\text{弧顶(D)}}=(2.94,2.83,2.75,2.00),$$

$$x'_{\text{弧顶(E)}}=(3.19,3.00,2.50,1.00)$$

步骤三：建立对阵球队在“弧顶”的“得分”序列的 GM (1, 1) 模型。

$$\hat{x}'_{\text{弧顶(A)}}(k+1)=(1-e^{-0.14902})45.90651e^{0.14902k}, k=1,2,3,\dots,n$$

将 k 分别赋值为 1, 2, 3, 结果分别为 7.37703, 8.56252, 9.93851, 与原序列 7.44, 8.50, 10.00 的平均误差为 0.73%, 小与 20%, 说明模型可用。再令 k=4, 得 $\hat{x}'_{\text{弧顶(A)}}(5)=11.53563$ 。

再依次建立球队 B、C、D、E 在“弧顶”的“得分”GM (1, 1) 模型，并算出

$$\hat{x}'_{\text{弧顶(B)}}(5)=3.17264, \hat{x}'_{\text{弧顶(C)}}(5)=6.86395,$$

$$\hat{x}'_{\text{弧顶(D)}}(5)=1.82938, \hat{x}'_{\text{弧顶(E)}}(5)=0.88059,$$

步骤四：以相同方法，依次算出各对阵球队在“侧翼”、“底角”、“高位”、“低位”、“短角区”和“三秒区”第(k+1)序时的“得分”，建立“得分”矩阵C。

$$C = \begin{bmatrix} \hat{x}'_{\text{弧顶(A)}(5)} & \hat{x}'_{\text{弧顶(B)}(5)} & \hat{x}'_{\text{弧顶(C)}(5)} & \hat{x}'_{\text{弧顶(D)}(5)} & \hat{x}'_{\text{弧顶(E)}(5)} \\ \hat{x}'_{\text{侧翼(A)}(5)} & \hat{x}'_{\text{侧翼(B)}(5)} & \hat{x}'_{\text{侧翼(C)}(5)} & \hat{x}'_{\text{侧翼(D)}(5)} & \hat{x}'_{\text{侧翼(E)}(5)} \\ \hat{x}'_{\text{底角(A)}(5)} & \hat{x}'_{\text{底角(B)}(5)} & \hat{x}'_{\text{底角(C)}(5)} & \hat{x}'_{\text{底角(D)}(5)} & \hat{x}'_{\text{底角(E)}(5)} \\ \hat{x}'_{\text{高位(A)}(5)} & \hat{x}'_{\text{高位(B)}(5)} & \hat{x}'_{\text{高位(C)}(5)} & \hat{x}'_{\text{高位(D)}(5)} & \hat{x}'_{\text{高位(E)}(5)} \\ \hat{x}'_{\text{低位(A)}(5)} & \hat{x}'_{\text{低位(B)}(5)} & \hat{x}'_{\text{低位(C)}(5)} & \hat{x}'_{\text{低位(D)}(5)} & \hat{x}'_{\text{低位(E)}(5)} \\ \hat{x}'_{\text{短角区(A)}(5)} & \hat{x}'_{\text{短角区(B)}(5)} & \hat{x}'_{\text{短角区(C)}(5)} & \hat{x}'_{\text{短角区(D)}(5)} & \hat{x}'_{\text{短角区(E)}(5)} \\ \hat{x}'_{\text{三秒区(A)}(5)} & \hat{x}'_{\text{三秒区(B)}(5)} & \hat{x}'_{\text{三秒区(C)}(5)} & \hat{x}'_{\text{三秒区(D)}(5)} & \hat{x}'_{\text{三秒区(E)}(5)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.53563 & 3.17264 & 6.86395 & 1.82938 & 0.88059 \\ 7.36173 & 12.91269 & 4.08266 & 6.06766 & 2.74002 \\ 8.69977 & 3.77308 & 6.40245 & 7.12274 & 2.72266 \\ 1.00000 & 0.90284 & 1.00000 & 1.00000 & 1.75223 \\ 0.70568 & 0.80420 & 0.69438 & 2.96999 & 0.90284 \\ 0.80420 & 0.90303 & 2.21524 & 1.00000 & 2.21524 \\ 14.82524 & 30.18666 & 32.64562 & 19.80296 & 37.16210 \end{bmatrix}$$

步骤五：用矩阵内最大值 37.16210，依次减去其余各数，得到矩阵C'。

$$C' = \begin{bmatrix} 25.62647 & 33.98946 & 30.29815 & 35.33272 & 36.28151 \\ 29.80037 & 24.24941 & 33.07944 & 31.09444 & 34.42208 \\ 28.46233 & 33.38902 & 30.75965 & 30.03936 & 34.43944 \\ 36.16210 & 36.25926 & 36.16210 & 36.16210 & 35.40987 \\ 36.45642 & 36.35790 & 36.46772 & 34.19211 & 36.25926 \\ 36.35790 & 36.25907 & 34.94686 & 36.16210 & 34.94686 \\ 22.33686 & 6.97544 & 4.51648 & 17.35914 & 0 \end{bmatrix}$$

步骤六：用各列元素减去该列最小元素，得到矩阵C''。

矩阵C''中，“0”元素分别为 $\hat{x}'_{\text{三秒区(A)}(5)}$ ， $\hat{x}'_{\text{三秒区(B)}(5)}$ ， $\hat{x}'_{\text{三秒区(C)}(5)}$ ， $\hat{x}'_{\text{三秒区(D)}(5)}$ ， $\hat{x}'_{\text{三秒区(E)}(5)}$ 。

步骤七：得出结果。

由“0”元素所在位置，得出“三秒区”最需加大关注，强化防守。

步骤八：重复步骤四、五、六、七。

这里的重复步骤是为了将除去“三秒区”的其他位置进行程度排序，继续设立矩阵C₁'。由于“三秒区”已赋意，故舍去“三秒区”，即舍去矩阵C中第7行，其余区域做6行5列式矩阵（为方便观察，这里只显示结果部分）。

$$C_1'' = \begin{bmatrix} 0 & - & 0 & - & - \\ - & 0 & - & - & 0 \\ - & - & - & 0 & - \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \end{bmatrix}$$

此矩阵显示，“弧顶”和“侧翼”存有两个“0”元素，底角存有一个“0”元素，表明第二需加大防守力度的区域是“弧顶”和“侧翼”，“弧顶”与“侧翼”具有相同效力；第三是“底角”，由于“0”元素的数量关系，可视作具有“弧顶”和“侧翼”的一半效力。

紧接着，除去“三秒区”、“弧顶”、“侧翼”和“底角”，建立矩阵C₂'，依旧只显示结果。

$$C_2'' = \begin{bmatrix} 0 & - & - & - & - \\ - & - & - & 0 & - \\ - & 0 & 0 & - & 0 \end{bmatrix}$$

此矩阵显示，“短角区”有三个“0”元素，“高位”和“低位”各有一个“0”元素，可表明排名第四的是“短角区”，最后是“高位”和“低位”。

步骤八，得出结果：“弧顶” = “侧翼” > “底角” > “短角区” > “高位” = “低位”。

综上，得出最终结果，在各防守区域中，以“最需关注或加强的防守区域”进行排名，“三秒区” > “弧顶” = “侧翼” > “底角” > “短角区” > “高位” = “低位”。

2.3 灰色 0-1 规划模型应用的补充说明

关于模型实施的补充说明，主要包括以下三个方面。

2.3.1 时间序列的设定

在举例推演过程中，时间序列用的是比赛节数，结果往往只能为下一场或日后比赛做参考。例如，经过上述计算，发现最需关注的防守区域是“三秒区”，只能在下一场或日后比赛进行防守策略的针对，但日后对阵球队的排兵布阵存在不可控性，实际效果难以最大化。当把时间序列改为“第 1 至 2 分钟”、“第 2 至 3 分钟”等类似的同场比赛时间，可帮助当场防守策略的修整与完善。例如将上半场时间取出连续的 5 等份，进行灰色 0-1 规划建模，发现“弧顶”是上半场的防守薄弱点，此时，可针对性的在下半场进行防守策略的改变。

2.3.2 “0”数据的处理

这里的“0”数据不是指代后期矩阵中显示的“0”，而是指第一步数据统计中，统计得到的比赛数据存在“0”的情况。这里提出两种解决方案，一是进行多阶弱化缓冲，需注意的是，为解决一组数据含“0”的情况，需要所有序列组均做同样处理，保证一致性。

另外，可将原始基数均增加 1 个单位，将原来的“0”变为“1”，类似于函数图像平移的概念，但此法存在隐患。由于 GM(1, 1) 模型的最后一预测值，跟序列组本身的走势有极大关联，走势改变，预测值势必也会发生变化。灰色 0-1 规划的最终矩阵，是由 GM(1, 1) 模型的预测值组成的，但最终矩阵的结果，主要是由预测值之间的大小关系所决定，而非具体的预测数值。这种增加 1 个单位的方法，是否会严重干预趋势的增减幅度，或者说，干预程度是否会过度影响 GM(1, 1) 模型预测值之间的大小关系，从而影响最终矩阵的结果，还需进一步考证。

2.3.3 数据统计方有待完善

本研究所设计的数据统计方案，是存在合理性的，这种合理性存在难度因素的考量。防守的根本目的是避免失分，除难度因素外，对比赛输赢的影响也应纳入考虑范围。基于分数层面，两个三分球可等同于三个两分球，“三分球命中”与“两分球命中”均属于“投篮命中”范畴，但难度和对比赛输赢的影响不可同日而语，需要进一步细分。

3 结论

(1) 不同于以往，这里创新性的采用了一种涉及投篮出手点、区域、犯规等因素的加权式的数据采集方案，较于以往的统计分数而言，更加合理，但需进一步完善。

(2) 针对篮球区域联防侧重点的问题，运用灰色 0-1 规划建模，运行共 8 步，对防守区域进行侧重点排序，找出需强化的防守区域。

(3) 关于此法，不仅可在赛后对比赛防守问题进行复盘，同时，也可通过改变时间序列，运用在赛中，对比赛进行实时监控，及时做出防守策略的调整。

参考文献

- [1] 杨中秀, 栗玉玉, 涂春景. 第 11-19 届亚运会游泳成绩发展趋势研究——基于灰色 GM(1,1)多维模型[J]. 浙江体育科学, 2024, 46 (04): 62-68.
- [2] 龙家勇, 蔚卓虹. 基于 GM(1, 1)灰色模型对奥运会男子 100m 金牌成绩的预测研究[J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2023, 48 (07): 123-128.
- [3] 王生有. 第 28 届亚洲男子篮球锦标赛中国队与对手攻防能力的密切值分析[J]. 武汉体育学院学报, 2018, 52(02): 88-94.
- [4] 刘小明. 世界女子篮球强队攻守能力研究[J]. 体育文化导刊, 2016, (05): 113-117.
- [5] 曹中旺. 篮球竞技双方攻守能力评价实证研究——以 2015-2016 赛季 CBA 总决赛为例[J]. 吉林体育学院学报, 2016, 32(05): 79-83.
- [6] 王延英. 基于灰色系统理论的机电一体化设备故障预测精度优化方法研究[J]. 数字通信世界, 2025, (07): 27-29.
- [7] 惠 兵. 高墩多跨连续刚构桥施工线形控制及预测[J/OL]. 铁道建筑技术, 2025: 1-5.
- [8] 方天睿, 沈 思, 付安媛, 等. 基于灰色理论的输变电项目管理流程优化研究[J]. 电子设计工程, 2025, 33 (13): 133-137.
- [9] 谢锡康, 刘红兵, 杨 帆. 基于组合优化的高速公路沥青路面养护决策研究[J]. 湖南交通科技, 2025, 51 (02): 85-90.
- [10] 郭家骥, 贾之俊. 基于灰色系统理论连续梁桥损伤诊断方法研究[J]. 邵阳学院学报(自然科学版), 2025, 22 (03): 74-82.
- [11] 屈咏梅, 殷伯明. LH 小学学业进步 GM(1,1)四数据建模与未来预测[C]// 中国高等科学技术中心. 第 19 届灰色系统全国会议论文集. 上海市浦东新区人民政府教育督导室; 上海浦东教育发展研究院; 2010: 315-318.

^{1,*} 作者简介: 颜善青 (1992-), 男, 硕士研究生, 助教, 研究方向: 体育统计。E-mail: yanshanqing32@outlook.com。